Н. И. Зорин

ФИЗИКА

ЗАДАНИЯ, ОТВЕТЫ, КОММЕНТАРИИ

СДАЁМ БЕЗ ПРОБЛЕМ!

ЕГЭ 2019

- ЗАДАНИЯ РАЗНЫХ ТИПОВ ПО ВСЕМ ТЕМАМ
- ПОДРОБНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
- ОТВЕТЫ КО ВСЕМ ЗАДАНИЯМ

СДАЁМ БЕЗ ПРОБЛЕМ!

ЕГЭ 2019

Н. И. Зорин

ФИЗИКА

ЗАДАНИЯ, ОТВЕТЫ, КОММЕНТАРИИ

Москва
2018

УДК 373:53
ББК 22.3я721
З-86

Зорин, Николай Иванович.

З-86 ЕГЭ 2019. Физика: задания, ответы, комментарии / Н. И. Зорин. — Москва : Эксмо, 2018. — 224 с. — (ЕГЭ. Сдаем без проблем).

ISBN 978-5-04-094042-4

Издание содержит задания разных типов по всем темам, проверяемым на ЕГЭ по физике, а также решение задач повышенного уровня сложности.

Издание окажет неоценимую помощь учащимся при подготовке к ЕГЭ по физике, а также может быть использовано учителями при организации учебного процесса.

УДК 373:53
ББК 22.3я721

ISBN 978-5-04-094042-4

Введение

Настоящее пособие предназначено для выпускников школ и учителей, занимающихся подготовкой учащихся к ЕГЭ. С его помощью учащиеся 11-х классов могут проконтролировать уровень усвоения того или иного раздела школьной программы, потренироваться в выполнении заданий различной сложности.

Цель пособия — углубить и расширить понимание физики будущими абитуриентами и научить их активно применять физические законы к решению конкретных задач.

Данное пособие подготовлено на основе большого практического опыта, накопленного автором при работе с абитуриентами, при подготовке к выпускным экзаменам в форме ЕГЭ, что позволило выявить наиболее сложные для понимания школьниками вопросы физики.

Главное внимание уделено важнейшим физическим явлениям и физическим законам. Нельзя дать рецепта для решения всех задач по физике, можно только научить грамотному подходу к задаче, который позволит найти ее решение. В пособии предложены основные формулы по всем разделам физики, что поможет ориентироваться при решении задач. К каждому разделу приводятся примеры решения заданий с кратким и развернутым ответом разного уровня сложности. Подробно разбираются задачи, которые наиболее часто встречаются на экзаменах. Предлагается самостоятельно решить задание и сравнить с предложенным решением.

Выполнение заданий с кратким и развернутым ответом требует применение знаний сразу из двух-трех разделов физики, т.е. высокого уровня подготовки школьников. Эти задания отражают уровень требований к вступительным экзаменам в вузы. Включение в экзаменационную работу сложных заданий разной трудности позволяет дифференцировать учащихся при отборе в вузы с различными требованиями к уровню подготовки. Главная цель экзамена по физике — проверка знания учащимся школьного курса физики, умения использовать эти знания для решения задач и объяснения различных физических явлений. Рассмотрим основные рекомендации по выполнению заданий и характерные ошибки.

Решение и анализ задач позволяют понять и запомнить основные законы и формулы физики, создают представление об их характерных особенностях и границах применения. Задачи развивают навык в использовании общих законов материального мира для решения конкретных вопросов, имеющих практическое значение. Таким образом, умение решать задачи является одним из важных критериев оценки глубины усвоения программного материала.

Решение большинства физических задач можно разделить на четыре этапа.

1. Анализ условия задачи и его наглядная интерпретация схемой или чертежом.

На этом этапе следует уяснить физическое содержание задачи, понять, какие процессы и явления включены в ее условие.

Ознакомившись с условием задачи, не следует пытаться сразу найти искомую величину. Необходимо помнить, что ближайшая цель решения состоит в том, чтобы свести задачу от физической к математической, записав ее условие при помощи формул. Для этого нужно четко представить себе физическое явление, о котором говорится в условии задачи, установить, какие законы физики лежат в основе данного явления, вспомнить математическое выражение этих законов.

Чтобы хорошо понять условие задачи, необходимо сделать схематический чертеж, где, хотя бы условно, указать все величины, характеризующие данное явление. Если при этом окажется, что для полного описания явления надо использовать величины, не фигурирующие в условии задачи, их нужно ввести в решение самим, так как в большинстве случаев без них невозможно найти связь между искомыми и заданными величинами.

Сделав чертеж, следует еще раз прочитать условие задачи и отметить, какие из величин, указанных на чертеже, даны и какие требуется найти. Все известные величины — их числовые значения и наименования — выписываются обычно в колонку.

2. Составление алгебраических уравнений, связывающих физические величины, которые характеризуют рассматриваемое явление с количественной стороны.

На втором этапе с помощью физических законов и формул необходимо установить математическую связь между всеми величинами, введенными в решение при символическом описании рассматриваемого явления. В результате получится одно или несколько уравнений, включающих в себя как заданные, так и неизвестные величины, — физическая задача сводится к математической. При этом особое внимание следует обратить на векторный характер ряда величин, входящих в формулы физики. Для полного определения этих величин необходимо учитывать не только их числовое значение, но и направление. При этом всегда нужно помнить, что числовое значение и направление — это две неотъемлемые характеристики любого вектора. Если происходит изменение векторной величины, то это значит, что меняется или ее числовое значение, или направление, или то и другое вместе. Векторные величины равны только в том случае, если их числовые значения и направления одинаковы.

3. Совместное решение полученных уравнений относительно искомой величины.

Прежде чем решать составленную систему уравнений, полезно убедиться в том, что число неизвестных равно числу уравнений, иначе система не будет иметь определенного решения. В том случае, если число неизвестных величин превышает число уравнений, приходится искать дополнительные уравнения. Дополнительные уравнения могут выражать такие условия, как: следствия, вытекающие из стандартных упрощающих допущений (например, допущение о невесомости нитей и блоков); связи между движениями, которые указаны в задаче; особые свойства отдельных видов сил (упругости, трения, тяготения); разного рода геометрические соотношения, указанные в задаче. Третий этап заканчивается повторной проверкой полученной системы уравнений и решением этой системы.

Решение системы уравнений нужно начинать с исключения тех неизвестных величин, которые не требуется находить по условию задачи, и следить за тем, чтобы при каждом алгебраическом действии число неизвестных уменьшалось.

4. Анализ полученного результата и числовой расчет.

Получив ответ в общем виде, следует проверить правильность расчетных формул по наименованию. Для этого в расчетные формулы вместо входящих в них физических величин подставляют их единицы измерения и проводят с ними действия, с тем чтобы убедиться, что результат получается в единицах измерения искомой величины в принятой системе. Несоблюдение этого условия (оно необходимо, но недостаточно) свидетельствует об ошибке, допущенной в ходе решения. Установив наименование искомой величины, можно приступать к действиям с числами. Все расчеты необходимо проводить в Международной системе единиц (СИ). Проводя арифметические расчеты, следует пользоваться правилами приближенных вычислений, позволяющими во многих случаях сэкономить время, не нанося никакого ущерба точности. Эти правила излагаются в руководствах по элементарной математике.

5. Требования к оформлению работы.

О ваших знаниях будут судить по тому, ЧТО написано в работе и КАК написано.

Работа должна быть аккуратной. Ответу на каждый пункт задания должно быть выделено определенное место. Проверяющему должно быть понятно, где заканчивается одна задача и начинается другая. То есть между задачами должен быть некоторый интервал. Текст задания переписывать не нужно, надо лишь кратко указать, что дано в условии задачи.

При решении многих задач необходимо сделать рисунок. Рисунок первичен. Рисунок помогает понять, что рассматривается в задании, и найти путь к решению задачи.

- В задачах по механике на рисунке необходимо показать все данные в задании параметры: силы, скорости, ускорения, направления движения или вращения тел, реакции связей, направления сил (силы трения скольжения, например), возникающих в процессе движения тел, и т.д.
- В задачах по термодинамике необходимо указать на графиках процессов температуру в разных точках процессов, выделить участки, на которых подводится и отводится тепло, графически указать работу, совершаемую в процессе (вы знаете, что это площадь под графиком в координатах P-V).
- В задачах по электродинамике указать знаки зарядов, направление силовых линий, знаки зарядов на обкладках конденсаторов, направление токов в цепях и направление сторонних сил в источниках ЭДС.

- Если речь идет об оптике, то аккуратно изобразить ход лучей в оптических системах, положение фокусов, при необходимости построить изображение предмета.

Решение задач по физике требует пояснений. Оно сопровождается неким текстом, в котором необходимо по ходу решения указать, какие явления рассматриваются в этой задаче, основываясь на каких законах строится ее решение. После этого, например в задачах по механике, записываются уравнения движения тел (второй закон Ньютона) в векторной форме. В случае необходимости выбирается система координат и записываются уравнения движения в проекциях на оси координат[1]. В результате получается система уравнений, решение которой приводит к ответу. Желательно проверить полученную формулу по наименованию. Подставить числовые значения, если необходимо, и получить числовой ответ, указав наименование искомой величины. Если нет специальных указаний, результат записывается в единицах СИ. Закончить решение задачи необходимо словом «Ответ», привести его в виде конечной формулы и отдельно в виде числа с указанием наименования.

Желаем успехов!

[1] При выполнении действий с векторными величинами необходимо использовать математические правила работы с векторными величинами и их проекциями.

КИНЕМАТИКА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. От пристани C к пристани T по реке плывет со скоростью $u_1 = 3$ км/ч относительно воды весельная лодка. От пристани T по направлению к пристани C одновременно с лодкой отходит катер, скорость которого относительно воды $u_2 = 10$ км/ч. За время движения лодки между пристанями катер успевает пройти это расстояние 4 раза и прибывает к T одновременно с лодкой. Определить направление течения реки.

Решение

Допустим, что течение реки направлено от пристани T к пристани C. В этом случае время, затраченное весельной лодкой на движение от пристани C к пристани T, будет составлять: $t = \frac{S}{(u_1 - u)}$, где S — расстояние между пристанями C и T; u — скорость течения реки.

Определим время четырехкратного движения катера между пристанями: $t = t_1 + t_2 = 2\left(\frac{S}{u_2 + u} + \frac{S}{u_2 - u}\right)$, где $t_1 = \frac{S}{u_2 + u}$ — время движения катера между пристанями по течению реки; $t_2 = \frac{S}{u_2 - u}$ — время движения катера между пристанями против течения реки.

Из условия равенства времени движения лодки и катера следует:

$$\frac{S}{u_1 - u} = 2\left(\frac{S}{u_2 + u} + \frac{S}{u_2 - u}\right);$$

$$\frac{1}{u_1 - u} = 2\frac{u_2 - u + u_2 + u}{u^2{}_2 - u^2} = \frac{4u_2}{u^2{}_2 - u^2};$$

$$u^2{}_2 - u^2 = 4u_1u_2 - 4u_2u; \quad u^2 - 4u_2u - u^2{}_2 + 4u_1u_2 = 0.$$

Получено приведенное квадратное уравнение относительно u. Решим его.

$$u = 2u_2 \pm \sqrt{4u^2{}_2 - 4u_1u_2 + u^2{}_2} = 2u_2 \pm \sqrt{5u^2{}_2 - 4u_1u_2};$$

$$u = 2\cdot 10 \pm \sqrt{5\cdot(10)^2 - 4\cdot 3\cdot 10} = 20 \pm \sqrt{380} = 20 \pm 19{,}5;$$

$$u' = 20 + 19{,}5 = 39{,}5 \text{ (км/ч)}; \ u'' = 20 - 19{,}5 = 0{,}5 \text{ (км/ч)}.$$

Условию задачи удовлетворяет только значение $u=0{,}5$ км/ч, т.к. при скорости течения реки $u=39{,}5$ км/ч ни катер, ни тем более лодка не в состоянии двигаться против течения реки относительно берегов.

Поскольку значение u положительно, можно сделать вывод о том, что выбранное нами направление течения реки совпадает с истинным.

2. Из Москвы в Пушкино с интервалом $\Delta t=10$ мин вышли два электропоезда со скоростью $v_1=30$ км/ч. С какой скоростью v_2 двигался поезд, идущий в Москву, если он повстречал эти электропоезда через промежуток времени $\tau=4$ мин один после другого?

Решение

Свяжем систему отсчета с землей. Начало отсчета совместим с Москвой. Через отрезок времени Δt первый электропоезд удалится от Москвы на расстояние $S=v_1\Delta t$. Два электропоезда в дальнейшем неподвижны друг относительно друга, т.к. движутся относительно земли с одинаковой скоростью v_1. Значит, остается неизменным и расстояние S между электропоездами. В системе отсчета, связанной со вторым электропоездом, первый электропоезд, отстоящий от него на расстоянии S, покоится, а поезд, движущийся из Пушкино в Москву, имеет скорость, равную сумме скорости v_1 электропоездов и скорости v_2 самого поезда относительно земли: $v=v_1+v_2$. Время движения поезда от первого электропоезда до второго в системе отсчета, связанной со вторым электропоездом, составляет $\tau = \frac{S}{v_1+v_2} = \frac{v_1 \Delta t}{v_1+v_2}$.

Отсюда $(v_1+v_2)=v_1\Delta t$; $v_1+v_2=v_1\Delta t$;

$$v_2 = v_1(\Delta t - \tau) \Rightarrow v_2 = \frac{v_1(\Delta t-\tau)}{\tau}; \quad v_2 = v_1\left(\frac{\Delta t}{\tau}-1\right).$$

Вычислим результат:

$$v_2 = 30\left(\frac{1\cdot 15}{6\cdot 1}-1\right) = 30\left(\frac{5}{2}-1\right) = 45 \text{ (км/ч)};$$

$$\Delta t = 10 \text{ мин} = \frac{1}{6} \text{ ч}; \quad \tau = 4 \text{ мин} = \frac{1}{15} \text{ ч}.$$

3. Автомобиль, трогаясь с места, едет с ускорением a_1. Достигнув скорости v, он некоторое время едет равномерно, а затем тормозит с ускорением a_2 до остановки. Найти время t движения автомобиля, если он прошел путь S.

Решение

Напишем выражения для пути S_1, S_2 и S_3, пройденного автомобилем при разгоне, равномерном движении и торможении до остановки.

$S_1 = \frac{a_1 t^2{}_1}{2} = \frac{a_1 t_1 \cdot t_1}{2} = \frac{v t_1}{2}$, где $v=a_1 t_1$ — мгновенная скорость автомобиля в конце участка разгона.

$S_2=vt_2=a_1t_1t_2$, где v — скорость движения автомобиля на втором участке.

$$S_3 = vt_3 - \frac{a_2 t^2{}_3}{2} = a_1 t_1 t_3 - \frac{a_2 \cdot t_3 \cdot t_3}{2} = a_1 t_1 t_3 - \frac{a_1 t_1 t_3}{2} = \frac{a_1 t_1 t_3}{2} = \frac{v t_3}{2},$$

где v — начальная скорость автомобиля на третьем участке.

При выводе выражения для S_3 были использованы следующие соотношения для участка торможения: $0=v-a_2t_3 \Longrightarrow a_2t_3=v=a_1t_1$.

Тогда $S=S_1+S_2+S_3=\dfrac{vt_1}{2}+vt_2+\dfrac{vt_3}{2}=\dfrac{v}{2}(t_1+2t_2+t_3)$;

$$t_1+2t_2+t_3=\frac{2S}{v};\quad t_1=\frac{v}{a_1};\quad t_3=\frac{v}{a_2}.$$

Отсюда $\dfrac{2S}{v}=\dfrac{v}{a_1}+2t_2+\dfrac{v}{a_2}=\dfrac{v(a_1+a_2)}{a_1a_2}+2t_2$;

$$2t_2=\frac{2S}{v}-\frac{v(a_1+a_2)}{a_1a_2};\quad t_2=\frac{S}{v}-\frac{v(a_1+a_2)}{2a_1a_2}.$$

Окончательно получаем:

$$t=t_1+t_2+t_3=\frac{v}{a_1}+\frac{S}{v}-\frac{v(a_1+a_2)}{2a_1a_2}+\frac{v}{a_2};$$

$$t=\frac{S}{v}+\frac{v}{2a_2}+\frac{v}{2a_1}.$$

4. Тело, имея некоторую начальную скорость, движется равноускоренно. За время t тело прошло путь S, причем его скорость увеличилась в n раз. Найти ускорение тела.

Решение

Воспользуемся соотношениями, описывающими равноускоренное движение тела, $v=v_0+at=nv_0$ (по условию);

$$S=\frac{v^2-v^2{}_0}{2a}=\frac{(nv_0)^2-v^2{}_0}{2a}=\frac{(n^2-1)v^2{}_0}{2a};\quad (n-1)v_0=at;$$

$$v_0=\frac{at}{n-1};\quad v_0=\sqrt{\frac{2aS}{n_2-1}}.$$

Приравняем два последних выражения для v_0:

$$\frac{at}{n-1}=\sqrt{\frac{2aS}{n^2-1}};\quad \frac{a^2t^2}{(n-1)^2}=\frac{2aS}{n^2-1};\quad \frac{at^2}{(n-1)^2}=\frac{2S}{n^2-1}.$$

Отсюда $a=\frac{2S}{t^2}\cdot\frac{n-1}{n+1}$.

5. Тело падает с высоты 100 м без начальной скорости. За какое время тело проходит первый и последний метры своего пути?

Какой путь проходит тело за первую, за последнюю секунду своего движения?

Решение

Для ответа на первые два вопроса используем следующую формулу: $t=\sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{n_2}-\sqrt{n_1})$, где n_1 — начальный участок, а n_2 — конечный участок.

$t_1=\sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{n_2}-\sqrt{n_1})\ (n_1=0;\quad n_2=1);\quad t_1\sqrt{\frac{2}{9{,}8}}\cdot\sqrt{1}=0{,}45\text{ с}$ — время прохождения телом первого метра.

$$t_2=\sqrt{\frac{2}{g}}(\sqrt{n_2}-\sqrt{n_1})\ (n_1=99\text{ м};\ n_2=100\text{ м}).$$

$t_2=\sqrt{\frac{2}{9{,}8}}\cdot(\sqrt{100}-\sqrt{99})=0{,}023\text{ с}$ — время прохождения телом 100-го метра.

Путь, пройденный телом за n-ю секунду движения, равен разности пути, пройденного телом за n секунд, и пути, пройденного телом за $n-1$ секунд: $\Delta S=S_n-S_{n-1}$.

$$y=y_0-gn^2/2;$$
$$gn^2/2=y_0-y=S_n;$$
$$S_n=gn^2/2$$
$$y=y_0-g(n-l)^2/2;$$
$$g\ (n-l)^2/2=y_0-y=S_{n-1};$$
$$S_{n-1}=g(n-l)^2/2.$$

Тогда

$$\Delta S=\frac{gn^2}{2}-\frac{g(n\quad 1)^2}{2}=\frac{g}{2}(n^2-(n-1)^2)=\frac{g}{2}(n-n+1)(n+n-1);$$

$$\Delta S=\frac{g}{2}(2n-1).$$

Весь путь $S_0=100$ м тело пройдет за время n_0 секунд, равное:

$$S_0=\frac{gn^2{}_0}{2}\Rightarrow n^2{}_0=\frac{2S_0}{g};\quad n_0=\sqrt{\frac{2s}{g}},\quad n_0=\sqrt{\frac{2\cdot 100}{9{,}8}}=4{,}52\text{ с}.$$

В последнюю секунду ($n=n_0$) тело пройдет путь

$$\Delta S_2=\frac{g}{2}(2n_0-1)=39{,}4\text{ (м)}.$$

В первую секунду путь ΔS будет составлять $\Delta S_1=4{,}9$ (м).

6. Глубину колодца хотят измерить с точностью 5%, бросая камень и замечая время τ, через которое будет слышен всплеск. Начиная с каких значений τ необходимо учитывать время прохождения звука? Скорость звука в воздухе $c=330$ м/с.

Р е ш е н и е

Глубина h_1 колодца, вычисленная без учета времени прохождения звука, равна $h_1=g\tau^2/2$. С учетом времени $\Delta\tau$ прохождения звука время τ от момента начала падения камня до прихода звука составляет $\tau=\tau_1+\Delta\tau$, где $\Delta\tau=h/c$ (c — скорость звука в воздухе; h — истинная глубина колодца); τ_1 — время свободного падения камня до касания поверхности воды в колодце.

$$h=g\tau_1{}^2/2=\tau_1=\sqrt{\frac{2h}{g}};\quad \tau=\sqrt{\frac{2h}{g}}+\frac{h}{c}.$$

Относительную погрешность η измерения глубины колодца найдем из выражения: $\eta = \frac{\Delta h}{h} = \frac{h_1 - h}{h}$.

Отсюда $h_1 - h = \eta h$; $h_1 = (\eta + 1)h$; $h = \frac{h_1}{\eta + 1}$. Преобразуем последнее выражение:

$$h = \frac{h_1}{\eta+1} = \frac{h_1(1-\eta)}{(1+\eta)(1-\eta)} = \frac{h_1(1-\eta)}{1-\eta^2} = h_1(1-\eta) \quad (\eta^2 \ll 1);$$

$$n = (1-\eta)g\tau^2/2 = 0{,}95 g\tau^2/2.$$

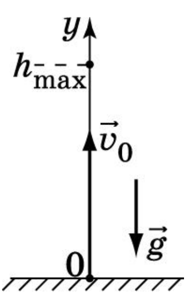
Тогда $\tau = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}95\cdot g\tau^2}{g\cdot 2}} + \frac{0{,}95g\tau^2}{2c} = \tau\sqrt{0{,}95} + \frac{0{,}95g\tau^2}{2c}$;

$$\tau = \frac{2c(1-\sqrt{0{,}95})}{0{,}95g} = \frac{2\cdot 330(1-\sqrt{0{,}95})}{0{,}95\cdot 9{,}8} \approx 1{,}8 \text{ с}.$$

7. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью v_0. Когда оно достигло высшей точки пути, из того же начального пункта с той же скоростью v_0 брошено второе тело. На какой высоте h от начального пункта они встретятся?

Решение

Отсчет времени движения тел начнем с момента начала движения второго тела. Зависимости $y = y(t)$ для обоих тел будут иметь вид $y_1 = h_{\max} - \frac{gt^2}{2}$; $y_2 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$; $h_{\max} = \frac{v^2{}_0}{2g}$ — максимальная высота подъема первого тела.



В точке встречи координаты обоих тел вдоль оси y примут одинаковое значение.

$y_1 = y_2$: $\quad h_{\max} - \frac{gt^2{}_0}{2} = v_0 t_0 - \frac{gt^2{}_0}{2} \Rightarrow h_{\max} = v_0 t_0.$

Приравняем два выражения для $h_{\max}$:

$\dfrac{v^2{}_0}{2g} = v_0 t_0 \Rightarrow t_0 = \dfrac{v_0}{2g}$ — время от момента начала совместного движения тел до их встречи.

Тогда

$$h = y_1 = h_{\max} - \frac{gt^2{}_0}{2} = \frac{v^2{}_0}{2g} - \frac{g}{2}\cdot\left(\frac{v_0}{2g}\right)^2 = \frac{v^2{}_0}{2g} - \frac{v^2{}_0}{8g} = \frac{3v^2{}_0}{8g};$$

$$h = \frac{3v^2{}_0}{8g}.$$

8. Стальной шарик, упавший с высоты $h = 1{,}5$ м на стальную плиту, отскакивает от нее с потерей 25% скорости. Найти время t, которое проходит от начала движения шарика до его второго падения на плиту.

Решение

Найдем время t падения шарика на стальную плиту и его скорость v_0 в момент падения.

$$h = \frac{gt^2}{2};\ t^2{}_1 = \frac{2h}{g};\ t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}\quad h = \frac{v^2{}_0}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh}.$$

Скорость шарика в момент отскока от плиты равна $3v_0/4$ (25% скорости потеряно).

Отсюда

$$0 = 3v_0\ /\ 4 - gt_2 \Rightarrow t_2 = 3v_0\ /\ (4g) = 3\sqrt{2gh}\ /\ (4g);$$

$t_2 = \dfrac{3\sqrt{2gh}}{4g} = \dfrac{3}{4}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ — время подъема шарика на максимальную высоту после первого соударения с плитой (в верхней точке скорость шарика равна нулю).

Такое же время t_2 шарик затратит на движение в обратном направлении (к плите).

Искомое время t, которое проходит от начала движения шарика до его второго падения на плиту, составляет:

$$t = t_1 + 2t_2;\ \ t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{2\cdot 3}{4}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{g}}\left(1 + \frac{3}{2}\right);$$

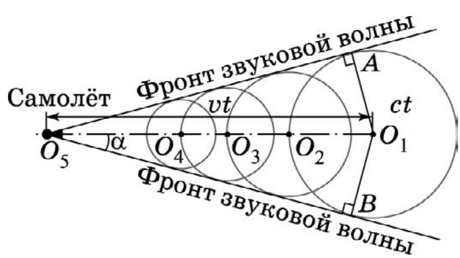
$$t = \frac{5}{2}\sqrt{\frac{2h}{g}};\ \ t = 1{,}38\ \text{с}.$$

9. Самолет летит горизонтально со скоростью 470 м/с. Человек услышал звук самолета через время $t = 21$ с после того, как самолет пролетел над ним. На какой высоте летит самолет? Скорость звука в воздухе $c = 330$ м/с.

Решение

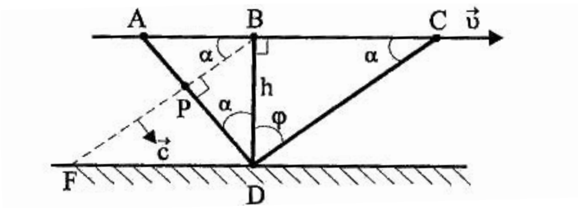
Рассмотрим процесс распространения звука в воздухе от летящего со сверхзвуковой скоростью самолета. Каждая точка траектории самолета становится источником сферической звуковой волны (самолет считаем точечным источником звука (см.рис.)).

Фронтом звуковой волны от самолета является огибающая сферических звуковых волн, возбужденных самолетом последовательно при пролете по траектории (см. рис.).



Звуковые волны, возбужденные самолетом в процессе движения, представляют собой семейство сфер, как бы вложенных в конус, в вершине которого находится движущийся точечный источник звука. Этот конус называется конусом слабых возмущений, или конусом Маха, в честь австрийского ученого, который его первым описал.

Угол раствора этого конуса, как видно из рисунка, находится из соотношения: $\sin\alpha = \dfrac{|AO_1|}{|O_1O_5|} = \dfrac{ct}{vt} = \dfrac{c}{v}$, где c — скорость звука в воздухе; v — скорость самолета.



Допустим, что звуковая волна возбуждена самолетом в точке A (см. рис.). Отрезок $[AD]$ — радиус сферической звуковой волны в тот момент, когда она дошла до человека. $|AD| = c\Delta t$, где Δt — время движения самолета от точки A до точки C. Отрезок $[AD]$ перпендикулярен к фронту волны $[CD]$.

Определим $\sin\alpha$: $\sin\alpha = \dfrac{c}{v} = \dfrac{330\text{ м/с}}{470\text{ м/с}} = 0{,}7.$

Отсюда $\alpha = \arcsin 0{,}7 = 44°36'$.

Определим угол φ: $\varphi = 90° - \alpha$; $\varphi = 90° - 44°36' = 45°24'$.

Длина отрезка $[BC]$ равна vt, где t — время движения самолета от точки B до точки C. Высоту h полета самолета найдем из прямоугольного треугольника BCD: $h = |BC|\ \mathrm{tg}\alpha$ или $h = |BC|\ \mathrm{ctg}\varphi$.

$$h = vt\ \mathrm{tg}\alpha = 470\text{ м/с}\cdot 21\text{ с}\cdot \mathrm{tg}44°36' = 9733\text{ м}.$$

Получим тот же результат несколько иным путем.

В тот момент, когда самолет оказался над человеком (т. B на рис.), фронт звуковой волны занимал положение BF. Через время $t = 21$ с самолет будет находиться в точке C, фронт волны займет положение CD.

Тогда $|PD| = ct$; $|BD| = h = |PD|\ /\ \cos\alpha$ (ΔPBD).

$$h = \frac{ct}{\cos\alpha};\ h = \frac{330\text{ м/с}\cdot 21}{\cos 44^0 36'} = 9733.$$

10. Небольшое тело скользит со скоростью $v = 10$ м/с по горизонтальной плоскости, приближаясь к щели.

Щель образована двумя отвесными параллельными стенками, находящимися на расстоянии $d=5$ см друг от друга. Скорость v перпендикулярна к стенкам. Глубина щели $H=1$ м. Сколько раз тело ударится о стенки, прежде чем упадет на дно? Удар о стенку считать абсолютно упругим.

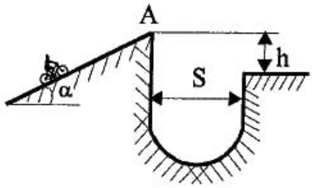
Решение

Будем исходить из принципа независимости движений: двигаясь между ударами о стенки в горизонтальном направлении со скоростью v, небольшое тело одновременно падает вниз с ускорением g (без начальной скорости).

Отсчет времени начнем с момента начала движения тела между стенками. Высота стенок H связана со временем падения тела на дно следующим соотношением: $H=\dfrac{gt^2}{2}$. Отсюда $t=\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$. Время t_0 от начала движения тела между стенками до первого удара равно $t_0=\dfrac{d}{v}$. Число ударов тела о стенки определяется выражением: $N=\dfrac{t}{t_0}$.

Тогда $N=\dfrac{\sqrt{\dfrac{2H}{g}}}{\dfrac{d}{v}}=\dfrac{v}{d}\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$; $N=\dfrac{10}{0{,}05}\sqrt{\dfrac{2\cdot 1}{9{,}8}}\approx 90.$

11. Мотоциклист въезжает на высокий берег рва, параметры которого указаны на рис. Какую минимальную скорость v_0 должен иметь мотоциклист в момент отрыва, чтобы перескочить через ров?



Решение

В условии задачи заданы следующие параметры: а) угол α вылета мотоциклиста; б) ширина S рва; в) высота h рва. Запишем зависимости $y=y(t)$ и $x=x(t)$: $x=v_0\cos\alpha\ t$; $y=h+v_0\sin\alpha\ t-gt^2/2$.

Для момента времени t_0 приземления мотоциклиста на другой стороне рва эти зависимости принимают вид ($x=S$; $y=0$):

$$\begin{cases} S=v_0\cos\alpha t_0 \\ -h=v_0\sin\alpha t_0-\dfrac{gt^2{}_0}{2} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_0=\dfrac{S}{v_0\cos\alpha} \\ -h=\dfrac{v_0\sin\alpha S}{v_0\cos\alpha}-\dfrac{gS^2}{2v^2{}_0\cos^2\alpha}=S\text{tg}\alpha-\dfrac{gS^2}{2v^2{}_0\cos^2\alpha} \end{cases}$$

Отсюда $\dfrac{gS^2}{2v^2{}_0\cos^2\alpha}=S\text{tg}\alpha+h$; $v_0=\dfrac{S}{\cos\alpha}\sqrt{\dfrac{g}{2(S\text{tg}\alpha+h)}}$ — минимальная необходимая скорость мотоциклиста.

12. От движущегося поезда отцепляют последний вагон. Поезд продолжает двигаться с той же скоростью v_0. Как будут относиться пути, пройденные поездом и вагоном к моменту остановки вагона? Считать, что вагон двигался равнозамедленно.

Решение

Свяжем систему отсчета с землей, начало координатной оси x — с местом отцепления вагона, время отсчитывается с момента отцепления вагона.

Найдем время t_0, в течение которого вагон, двигаясь равнозамедленно с ускорением a, останавливается:

$$v=v_0-at_0=0;\ t_0=v_0/a.$$

За время t_0 поезд совершит перемещение

$$S=v_0t_0=\frac{v_0v_0}{a}=\frac{v^2{}_0}{a}.$$

За это время вагон пройдет расстояние

$$S_2 = \frac{v^2 - v^2{}_0}{(-2a)} = \frac{v^2{}_0}{2a} \quad (v = 0).$$

Тогда $\frac{S_1}{S_2} = \frac{v^2{}_0 2a}{av^2{}_0} = 2$; $S_1 = 2S_2$; $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{1}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Парашютист опускается вертикально вниз с постоянной скоростью $v = 7$ м/с. Когда он находится на высоте $h = 160$ м, у него из кармана выпадает зажигалка. Определите время падения зажигалки на землю.

Ответ: ______________________ с.

2. С какой скоростью удаляются друг от друга два автомобиля, разъезжаясь от перекрестка по взаимно перпендикулярным дорогам со скоростями 40 км/ч и 30 км/ч?

Ответ: ______________________ м/с.

3. При разгоне из состояния покоя автомобиль приобрел скорость 12 м/с, проехав 36 м. Ускорение автомобиля постоянно. Определите скорость автомобиля через 5 с после старта.

Ответ: ______________________ м/с.

4. Мяч брошен с начальной скоростью 30 м/с. Определите время всего полета мяча при угле бросания $\alpha = 45°$.

Ответ: ______________________ с.

5. Камень брошен с башни с начальной скоростью 8 м/с в горизонтальном направлении. Определите время, когда его скорость станет по модулю равной 10 м/с.

Ответ: ____________________ с.

6. Материальная точка движется с постоянной скоростью по окружности радиуса R.

Как изменятся перечисленные в первом столбце физические величины, если частота вращения точки уменьшится? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Запишите в таблицу выбранные цифры для каждой физической величины.

Цифры в ответе могут повторяться.

Угловая скорость	Центростремительное ускорение	Период обращения по окружности

7. Тело начало движение вдоль оси OX из точки $x=0$ с начальной скоростью $v_{ox}=10$ м/с и с постоянным ускорением $a_x=-1$ м/с^2. Как будут меняться физические величины с течением времени после начала движения до возвращения тела в точку $x=0$? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) все время увеличивается
2) сначала увеличивается, а потом уменьшается
3) сначала уменьшается, а потом увеличивается

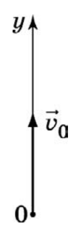
Перемещение точки	Путь, пройденный точкой	Модуль скорости точки

8. Материальная точка движется по окружности радиуса R. Что произойдет с периодом, частотой обращения и центростремительным (нормальным) ускорением точки при увеличении линейной скорости движения? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

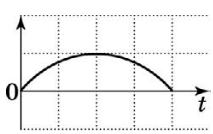
1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

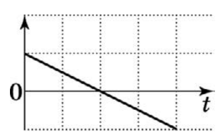
Период обращения материальной точки	Частота обращения материальной точки	Центростремительное (нормальное) ускорение материальной точки

9. Камень бросили вертикально вверх с поверхности земли. Считая сопротивление воздуха малым, установите соответствие между графиками и физическими величинами, зависимости которых от времени эти графики могут представлять.



ГРАФИКИ

А) 

Б) 

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

1) проекция скорости камня v_y
2) кинетическая энергия камня
3) проекция ускорения камня a_y
4) энергия взаимодействия камня с землей

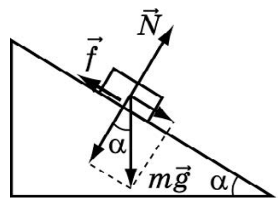
Ответ:

А	Б

ОСНОВЫ ДИНАМИКИ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Найти ускорение a тела, соскальзывающего с наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha=30°$. Коэффициент трения между телом и плоскостью $k=0{,}3$.

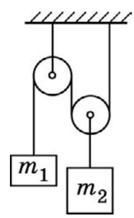


Решение

Ускорение вдоль наклонной плоскости определяется суммой проекций сил на данное направление (см. рис.): $ma=mg\cdot\sin\alpha-f$.

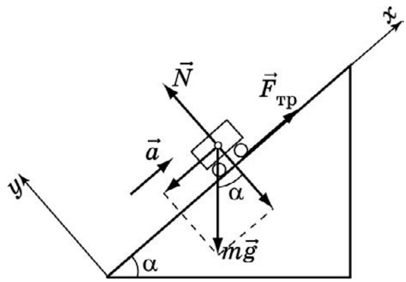
Сумма проекций сил на направление, перпендикулярное к наклонной плоскости, равна нулю: $N-mg\cdot\cos\alpha=0$. Следовательно, сила трения $f=kN=kmg\cdot\cos\alpha$. Ускорение $a=g\cdot\sin\alpha-f\ /\ m=g\ (\sin\alpha-k\ \cos\alpha)=2{,}45$ м/с^2.

2. Чему должен быть равен минимальный коэффициент трения между шинами и поверхностью наклонной дороги с уклоном 30°, чтобы автомобиль мог двигаться по ней вверх с ускорением 0,6 м/с^2?



Решение

Схематично изобразим автомобиль на наклонной дороге, введем систему координат и покажем все силы, действующие на автомобиль. На него действует сила тяжести, сила реакции опоры (на рисунке изображена суммарная со стороны двух колес) и сила трения покоя.



Обратите внимание, что между шинами и дорогами действует именно сила трения покоя, иначе автомобиль бы проскальзывал. Причем чтобы соблюсти условие минимальности коэффициента трения, эта сила трения покоя должна принять максимальное значение, т.е. быть равной силе трения скольжения, хотя автомобиль еще не проскальзывает. Сила трения направлена вверх, поскольку автомобиль стремится соскользнуть вниз. Запишем второй закон Ньютона в проекции на ось x:

$$F_{тр} - mg \cdot \sin\alpha = ma. \qquad (1)$$

Так как автомобиль покоится вдоль оси y, то применим первый закон Ньютона в проекции на эту ось:

$$N = mg \cdot \cos\alpha. \qquad (2)$$

Силу трения покоя найдем по формуле:

$$F_{тр} = \mu N.$$

Учитывая (2), имеем:

$$F_{тр} = \mu mg \cdot \cos\alpha.$$

Подставим полученное в равенство (1):

$$\mu mg \cdot \cos\alpha - mg \cdot \sin\alpha = ma.$$

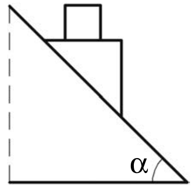
Осталось только выразить коэффициент μ, что мы сейчас и сделаем:

$$\mu = a + g \cdot \sin\alpha \;\; g \cdot \cos\alpha.$$

Посчитаем ответ:

$$\mu = 0{,}6 + 10 \cdot \sin 30° 10 \cdot \cos 30° = 0{,}65.$$

3. По наклонной плоскости с углом наклона 60° соскальзывает без трения клин. На верхней поверхности горизонтальной грани клина лежит груз массой 0,4 кг, неподвижный относительно клина. Найти силу трения покоя, действующую на груз.



Решение

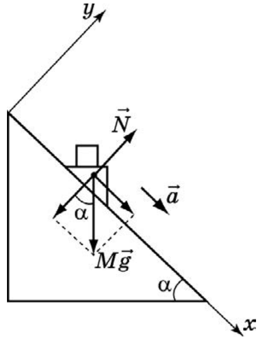
Введем на данной к задаче схеме систему координат: y перпендикулярно наклонной плоскости, а x вдоль нее. Рассмотрим систему «клин — груз». Так как клин движется без трения, то на эту систему действует две внешние силы: сила тяжести и сила реакции опоры. Запишем теорему о движении центра масс в проекции на ось x:

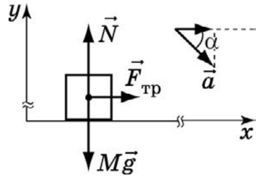
$$Mg \cdot \sin\alpha = Ma.$$

Здесь M — это масса системы, т.е. суммарная масса клина с грузом. Так как совместное движение клина с грузом является поступательным, а вращательное движение отсутствует, значит, каждая точка этой системы движется с этим ускорением:

$$a = g \cdot \sin\alpha. \qquad (1)$$

Теперь рассмотрим груз. Для этого введем оси координат, как показано на схеме ниже. На груз действуют три силы: сила тяжести, сила реакции опоры и сила трения покоя (обратите внимание на ее направление).





При этом груз движется ускоренно с ускорением a относительно Земли. Применим второй закон Ньютона в проекции на ось x:

$$F_{тр}=ma\cdot\cos\alpha.$$

Используя ранее найденное выражение для ускорения (1), имеем:

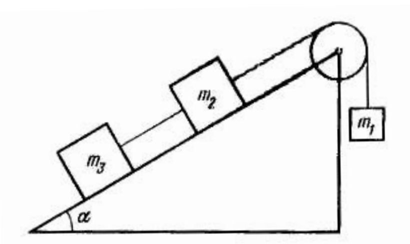
$$F_{тр}=mg\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha;$$

$$F_{тр}=mg\cdot\frac{\sin 2\alpha}{2}.$$

Так как все численные величины даны в системе СИ, то можем сразу посчитать ответ:

$$F_{тр}=0{,}4\cdot 10\cdot\sin 120/2=1{,}73\ \text{Н}.$$

4. Три груза с массами m_1, m_2 и m_3 связаны нитью, перекинутой через блок, установленный на наклонной плоскости (см. рис.). Плоскость образует с горизонтом угол α. Начальные скорости грузов равны нулю. Найти силу натяжения T нити, связывающей грузы, находящиеся на наклонной плоскости. Коэффициент трения между грузами и плоскостью равен k.



Решение

Уравнения движения грузов для проекций на направления движения имеют вид:

$$m_1a=m_1g-T_0,\ m_2a=T_0-T-m_2g(\sin\pm k\cos),$$

$$m_3a=T-m_3g(\sin\pm k\cos).$$

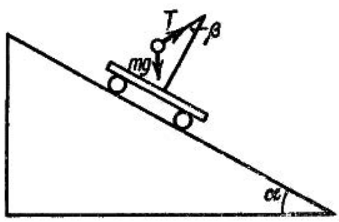
Здесь T_0 — сила натяжения нити между грузами с массами m_1 и m_2; знак плюс относится к случаю, когда грузы движутся вверх по наклонной плоскости, знак минус — к случаю, когда они движутся вниз. Из этих уравнений находим

$$a = g\frac{m_1 - (m_2 + m_3)(\sin\alpha \pm \cos\alpha)}{m_1 + m_2 + m_3};$$

$$T = m_2 m_3 g\frac{1 + \sin\alpha \pm k\cos\alpha}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

Движение вверх по наклонной плоскости ($a > 0$) возможно при $m_1 > (m_2 + m_3)(\sin\alpha + k\cos\alpha)$, а движение вниз ($a < 0$) — при $m_1 < (m_2 + m_3)(\sin\alpha - k\cos\alpha)$, $\mathrm{tg}\,\alpha > k$. Если эти условия не выполняются, то грузы неподвижны, а сила натяжения T может принимать различные значения: от 0 до $m_2 m_3 g\dfrac{1 + \sin\alpha + k\cos\alpha}{m_1 + m_2 + m_3}$ — в зависимости от соотношений между m_1, m_2, m_3, k и α и от силы натяжения нити в начальный момент. Например, при $\mathrm{tg}\,\alpha < k$ и $m_1 < m_2(\sin\alpha + k\cos\alpha)$ грузы на наклонной плоскости можно установить так, что нить между ними не будет натянута, т.е. $T = 0$.

5. На тележке, скатывающейся без трения с наклонной плоскости, установлен стержень с подвешенным на нити шариком массы $m = 2$ г. Найти силу натяжения T нити, если плоскость образует с горизонтом угол $\alpha = 60°$.



Решение

Предположим, что при установившемся движении шарик отклонен от перпендикуляра к наклонной плоскости на угол β (см. рис.). Тогда второй закон Ньютона для движения шарика вдоль плоскости запишется в виде

$$ma = mg\sin\alpha + T\sin\beta. \qquad (1)$$

Сумма сил, действующих на шарик в перпендикулярном к плоскости направлении, равна нулю:

$$mg\cos\alpha - T\cos\beta = 0. \qquad (2)$$

Но при установившемся движении все точки тележки, шарик и нить движутся с одним и тем же ускорением $a = g\sin\alpha$. Подставляя его в уравнение (1), получим $T\sin\beta = 0$. Из уравнения (2) видно, что $T \neq 0$; следовательно, $\beta = 0$ и нить перпендикулярна к наклонной плоскости. Искомая сила натяжения

$$T = mg\cos\alpha = 9{,}8 \text{ мН}.$$

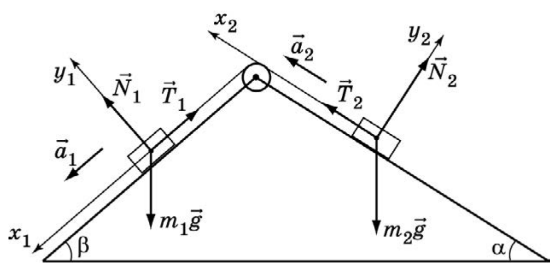
6. Невесомый блок на вершине двух наклонных плоскостей, составляющихся с горизонтом углы 30° и 45°. Гири A и B массой 1 кг каждая соединены нитью перекинутой через блок. Найти ускорение, с которым движутся гири, и силу натяжения нити. Считать нить невесомой и нерастяжимой, трением пренебречь.

Решение

Из предположения, что массы нити и блока равны нулю, а нить нерастяжима, следует, что силы натяжения нити на каждом ее участке одинаковы и ускорения обоих грузов равны по абсолютному значению:

$$T_1 = T_2 = T \text{ и } a_1 = a_2 = a. \qquad (1)$$

Рассмотрим движение каждого из грузов. На груз A действуют: m_1g — сила тяжести, N_1 — сила нормальной реакции наклонной плоскости, T_1 — сила натяжения нити (см. рис.). Предполагая, что груз A скользит



вниз по наклонной плоскости, находим направление вектора ускорения a_1.

Спроецировав второй закон Ньютона на выбранные направления осей X_1 и Y_1 получим:

$$m_1 g\sin\beta - T_1 = m_1 a; \qquad (2)$$

$$-m_1 g\cos\beta + N_1 = 0. \qquad (3)$$

На груз B действуют: $m_2 g$ — сила тяжести, N_2 — сила нормальной реакции наклонной плоскости, T_2 — сила натяжения нити. Уравнение второго закона Ньютона в проекциях, записанное для груза B, таково:

$$-m_2 g\sin\alpha + T_2 = m_2 a; \qquad (4)$$

$$-m_2 g\cos\alpha + N_2 = 0. \qquad (5)$$

Уравнения (3) и (5) в данной задаче не используются, так как силой трения пренебрегаем. Решаем систему уравнений (2) и (4), складывая их почленно:

$$m_1 g\sin\beta - T_1 - m_2 g\sin\alpha + T_2 = m_1 a + m_2 a,$$

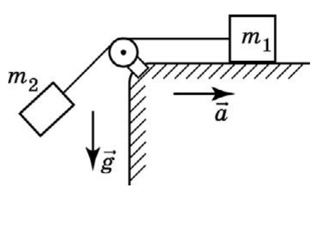
откуда с учетом (1) находим

$$a = \frac{(m_1 \sin\beta - m_2 \sin\alpha)g}{m_1 + m_2}; \quad a = 0{,}98 \text{ м/с}^2.$$

Силу натяжения нити найдем из уравнения (2) с учетом (1)

$$T = m_1 g\sin\beta - m_1 a = m_1(g\sin\beta - a) T = 5{,}9 \text{ Н}.$$

7. Груз массы m_1 находится на столе, который движется горизонтально с ускорением a (см. рис.). К грузу присоединена нить, перекинутая через блок. К другому концу нити подвешен второй груз массы m_2. Найти силу натяжения нити, если коэффициент трения груза массы m_1 о стол равен k.



Решение

Пусть угол между вертикалью и нитью, прикрепленной к грузу массы m_2, равен α, а ускорение груза массы m_1 относительно стола равно a'. Тогда ускорение груза массы m_1 относительно земли равно $a-a'$, горизонтальная составляющая ускорения груза массы m_2 относительно земли равна $a-a'\sin\alpha$, а вертикальная $a'\cos\alpha$. Запишем второй закон Ньютона:

$$m_1\,(a-a')=-T+km_1g,\ m_2a'\cos\alpha=m_2g-T\cos\alpha,$$
$$m_2\,(a-a'\sin\alpha)=T\sin\alpha.$$

Два последних уравнения при исключении угла дают уравнение $m_2a'=-T+m_2\sqrt{a^2+g^2}$. Для T получаем при наличии проскальзывания ($a'>0$)

$$T=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\left(\sqrt{a^2+g^2}+kg-a\right)\ \text{при}\ \sqrt{a^2+g^2}\ \frac{m_2}{m_1}kg-\frac{m_1}{m_2}a.$$

Без проскальзывания ($a'=0$)

$$T=m_2\sqrt{a^2+g^2}\ \ \text{при}\ \sqrt{a^2+g^2}\le\frac{m_2}{m_1}kg-\frac{m_1}{m_2}a.$$

8. На ледяном склоне, составляющем угол α с горизонтом, находится доска массой M. Как должен бежать по этой доске человек массой m, чтобы доска оставалась в покое? При каком коэффициенте трения μ между подошвами и доской это возможно? Трение между доской и льдом пренебрежимо мало.

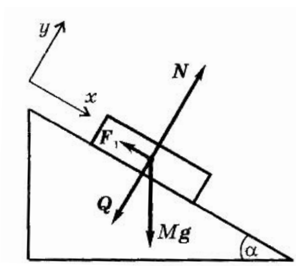


Рис. 1

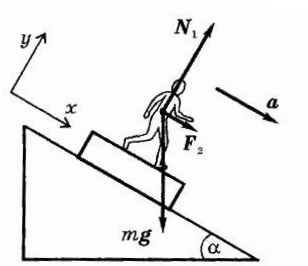


Рис. 2

Решение

На доску действуют четыре силы (см. рис. 1): сила тяжести Mg, сила нормальной реакции со стороны склона N, сила нормального давления человека Q и сила трения со стороны человека F_1. На человека действуют три силы (см. рис. 2): сила тяжести mg, сила нормальной реакции со стороны доски $N_1=-Q$ и сила трения со стороны доски $F_2=-F_1$. Уравнение второго закона Ньютона в проекциях на оси координат имеют вид

$$\begin{cases} -F_1 + Mg\sin\alpha = 0 \\ N - Q - Mg\cos\alpha = 0 \\ ma = mg\sin\alpha + F_2 \\ N_1 - mg\cos\alpha = 0, \end{cases}$$

где a — ускорение человека. Из первого и третьего уравнений находим $a=g(1+M/m)\sin\alpha$. Человек отталкивается от доски, толкая ее вверх, а сам вследствие отталкивания приобретает дополнительное ускорение, направленное вниз вдоль склона. Заметим, что при этом человек не обязательно должен бежать вниз; важно лишь, чтобы его ускорение было направлено вниз. Таким образом, человек должен либо замедленно бежать вверх, либо ускоренно — вниз. Найдем теперь, при каком коэффициенте трения μ доска может покоиться. Между подошвами человека и доской действует сила трения покоя ($F_{тр}=F_1=F_2$), так что $\dfrac{F_{тр}}{N_1} \le \mu$. Левая часть этого неравенства, как следует из первого и четвертого уравнений записанной выше системы, равна $(M/m)\ \mathrm{tg}\alpha$. Следовательно, $\mu \ge (M/m)\ \mathrm{tg}\alpha$.

Человек должен бежать с ускорением $a=g\ (1+M/m)\sin\alpha$, направленным вниз по склону (направление скорости не имеет значения).

9. На одном конце веревки, переброшенной через невесомый блок, находится груз массой m, на другом — обезьяна массой $3m$. Обезьяна поднимается по веревке с ускорением $a_{отн}$ относительно веревки. Найдите ее ускорение $a_{абс}$ в неподвижной системе отсчета, связанной с поверхностью Земли.

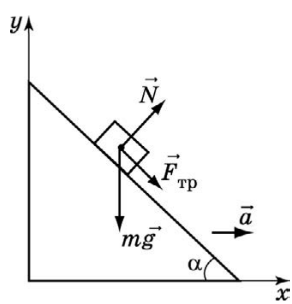
Решение

Уравнение второго закона Ньютона для груза имеет вид $T - mg = ma$, где T — сила натяжения веревки; a — переносное ускорение системы груз — веревка.

Для обезьяны уравнение второго закона Ньютона следующее: $T - 3mg = 3m\ (a_{отн} - a)$, так как ускорение a направлено навстречу ускорению $a_{отн}$. Решая эти уравнения, найдем $a = \dfrac{3a_{отн} - 2g}{4}$.

Абсолютное ускорение обезьяны в неподвижной системе отсчета, связанной с поверхностью Земли, равно: $a_{абс} = a_{отн} - a = \dfrac{a_{отн} - 2g}{4}$.

10. Клин с углом 30° при основании скользит по горизонтальной плоскости с ускорением a. При каких значениях ускорения брусок, лежащий на клине, будет подниматься вверх по клину? Коэффициент трения между бруском и клином равен 0,1.



Решение

Для тела, лежащего на наклонной плоскости, максимальная сила трения равна $\mu mg\cos\alpha = \mu N$. С ростом ускорения наступает такой момент, когда тело может начать перемещаться вверх по наклонной плоскости. В этот момент максимальная сила трения направлена против перемещения тела, как изображено на рисунке, а искомое ускорение будет иметь минимальное значение. В проекциях на оси Ox и Oy второй закон Ньютона в этом случае имеет вид:

$$N\sin\alpha + F_{\text{тр}}\cos\alpha = ma_{\min}$$
$$N\cos\alpha - F_{\text{тр}}\sin\alpha - mg = 0 \text{ или}$$
$$N\sin\alpha + \mu N\cos\alpha = ma_{\min}$$
$$N\cos\alpha - \mu N\sin\alpha = mg$$

$$a_{\min} = g\frac{tg\alpha + \mu}{1 - \mu tg\alpha} \approx 7{,}2 \text{ м/с}^2 \Rightarrow a > 7{,}2 \text{ м/с}^2.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Определите, с каким ускорением движется тело массой 20 кг, на которое действуют три равные силы по 40 Н каждая, лежащие в одной плоскости и направленные под углом 120° друг к другу?

Ответ: ____________________ м/с^2.

2. Мальчик и девочка тянут веревку за противоположные концы. Девочка может тянуть с силой не более 50 Н, а мальчик — с силой 150 Н. Определите, с какой силой они могут натянуть веревку, не перемещаясь, стоя на одном месте?

Ответ: ____________________ Н.

3. Искусственный спутник обращается по круговой орбите на высоте 600 км от поверхности планеты. Радиус планеты равен 3400 км, ускорение свободного падения на поверхности планеты равно 4 м/с^2. Какова скорость движения спутника по орбите?

Ответ: ____________________ км/с.

4. Планета имеет радиус в 2 раза меньший радиуса Земли. Известно, что ускорение свободного падения на этой планете равно 9,8 м/с. Чему равно отношение массы планеты к массе Земли?

Ответ: ____________________ .

5. Мальчик массой 50 кг качается на качелях с длиной подвеса 4 м. С какой силой он давит на сиденье при прохождении положения равновесия со скоростью 6 м/с?

Ответ: ____________________ Н.

6. Под действием силы 70 Н длина пружины изменяется от 20 см до 17,5 см. Какова жесткость пружины?

Ответ: ____________________ Н/м.

7. Пружины жесткостью 100 Н/м и 300 Н/м соединили последовательно. Какая жесткость получилась у данной системы?

Ответ: ____________________ Н/м.

8. Конькобежец весом 700 Н скользит по льду. Чему равна сила трения, действующая на конькобежца, если коэффициент трения коньков по льду равен 0,02?

Ответ: ____________________ Н.

9. С каким ускорением соскальзывает брусок с наклонной плоскости с углом наклона 30° при коэффициенте трения 0,2?

Ответ: ______________________ м/с^2.

10. На горизонтальной дороге автомобиль делает разворот радиусом 9 м. Коэффициент трения шин об асфальт 0,4. Каким должна быть скорость автомобиля при развороте, чтобы его не занесло?

Ответ: ______________________ м/с.

11. При каких условиях наблюдается равновесие рычага с неподвижной осью и свободное падение тел вблизи поверхности Земли? Установите соответствие между физическими явлениями и условиями, в которых они наблюдаются:

1) $F_1 + F_2 = 0$
2) $F_1 \cdot l_2 = F_2 \cdot l_1$
3) $F_{равн} = F_{тяж}$
4) $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$

Равновесие рычага	Свободное падение

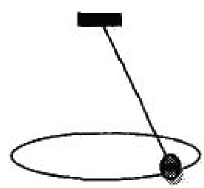
12. Брусок движется равномерно вверх по поверхности наклонной плоскости. Установите для силы трения соответствие между параметрами силы, перечисленными в первом столбце таблицы и свойствами вектора силы:

1) перпендикулярно поверхности наклонной плоскости
2) вертикально вниз
3) против направления вектора скорости
4) вертикально вверх

5) обратно пропорционален площади поверхности бруска
6) пропорционален силе нормального давления
7) обратно пропорционален силе нормального давления

Направление вектора	Модуль вектора

13. Грузик привязан к длинной нити и вращается по окружности с постоянной по модулю скоростью (см. рис.) Угол отклонения нити от вертикали уменьшили с 45° до 30°. Как изменились при этом следующие величины: сила натяжения нити, центростремительное ускорение грузика и модуль скорости его движения по окружности?



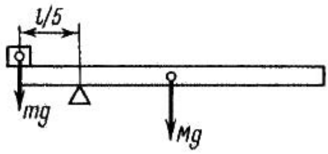
1) увеличилась
2) уменьшилась
3) не изменилась

Сила натяжения нити	Центростремительное ускорение	Модуль скорости его движения по окружности

ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИКИ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Однородный стержень с прикрепленным на одном из его концов грузом массы $m=1{,}2$ кг находится в равновесии в горизонтальном положении, если его подпереть на расстоянии $1/5$ длины стержня от груза. Найти массу стержня M.



Решение

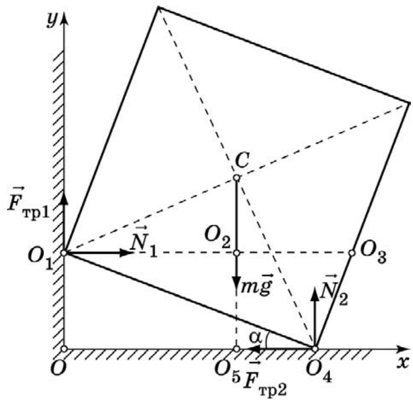
Равенство моментов сил тяжести относительно оси, проходящей через точку опоры (см. рис.), приводит к уравнению $mgl/5=Mg\ (l/2-l/5)$, где l — длина стержня; отсюда $M=2m/3=0{,}8$ кг.

2. Однородный ящик, имеющий форму куба, опирается одним ребром на пол, другим — на вертикальную стену. Коэффициент трения между полом и ящиком, а также между ящиком и стеной равен μ. При каких значениях угла между полом и гранью ящика возможно его равновесие?

Решение

Это задача на статику твердого тела, не имеющего закрепленной оси вращения.

Делаем чертеж (см. рис.) и, полагая ребро куба равным l, расставляем приложенные к нему силы. Со стороны стены на него действуют нормальная реакция опоры N_1 и сила трения покоя $F_{тр1}$, препятствующая скольжению ящика по стене вниз. Со стороны пола на ящик действуют реакция опоры N_2 и сила трения $F_{тр2}$, препятствующая скольжению куба вправо, со стороны Земли — сила тяжести, равная mg, проходящая через центр куба.



Поскольку куб покоится, сумма моментов всех сил относительно любой точки O должна равняться нулю. Чтобы уравнение моментов было предельно простым, выбираем точку O так, чтобы через нее проходило наибольшее число линий действия сил. Такому условию в данной задаче удовлетворяют шесть точек O, O_1, ..., O_5. Через каждую из них проходят две линии действия сил. Возьмем одну из них, например O_4.

Относительно этой точки моменты сил N_2 и $F_{тр2}$ равны нулю, так как плечи этих сил относительно точки O_4 равны нулю.

Находим плечи сил mg, N_1 и $F_{тр1}$ относительно O_4. Из треугольников OO_1O_4 и CO_4O_5 они получаются равными соответственно $l\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(45°+\alpha)$, $l\sin\alpha$ и $l\cos\alpha$.

Учитывая, что ящик стоит под предельным углом на грани скольжения и, следовательно, силы трения покоя имеют наибольшие значения, равные соответственно $F_{тр1}=\mu N_1$ и $F_{тр2}=\mu N_2$, а также знаки моментов, составляем уравнение моментов

$$mgl\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(45°+\alpha)-N_1 l\sin\alpha-\mu N_1 l\cos\alpha=0. \qquad (1)$$

Из полученного уравнения мы не можем найти угол наклона, поэтому нужно составить уравнение равновесия для проекций.

Проведем оси координат Ox и Oy, как показано на рисунке, и поскольку все силы направлены по этим осям, записываем уравнение равновесия ящика в проекциях: на ось Ox:

$$N_1-\mu N_2=0; \qquad (2)$$

на ось Oy:

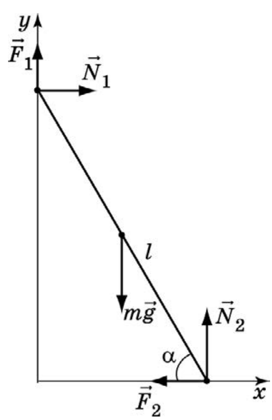
$$\mu N_1-mg+N_2=0. \qquad (3)$$

Составив уравнения равновесия (1)—(3) и решая их совместно относительно искомого неизвестного α — минимального угла наклона ящика к горизонту, получим:

$$\alpha=\operatorname{arctg}\frac{1}{1+2\mu}.$$

Максимальный угол, под которым может стоять ящик, равен, очевидно, $\frac{\pi}{4}$; таким образом, $\operatorname{arctg}\frac{1}{1+2\mu}\le\alpha\le\frac{\pi}{4}$.

3. Лестница массой m прислонена к стене (см. рис.). Коэффициент трения между лестницей и стеной равен μ_1, а между лестницей и полом коэффициент трения равен μ_2. При каком наименьшем значении угла α лестница находится в равновесии? Чему равны силы реакции опор N_1 и N_2?



Решение

Запишем первое уравнение статики в проекциях на оси координат:

$$N_1 = F_2, \qquad (1)$$

$$N_2 = mg - F_1. \qquad (2)$$

Силы трения равны: $F_1 = \mu_1 N_1$, $F_2 = \mu_2 N_2$.

Подстановки сил трения в уравнения (1) и (2) дадут

$$N_1 = \mu_2 N_2,\ N_2 = mg - \mu_1 N_1. \qquad (3)$$

Следовательно,

$$N_1 = \frac{\mu_2 mg}{1+\mu_1\mu_2}.\quad N_2 = \frac{mg}{1+\mu_1\mu_2}. \qquad (4)$$

Для нахождения угла α используем второе уравнение статики. Моменты сил находим относительно точки B:

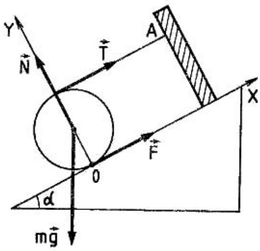
$$mg\frac{l}{2}\cos\alpha - N_1 l\sin\alpha - F_1 l\cos\alpha = 0. \qquad (5)$$

Делим уравнение (5) на $l\cos\alpha$ и получаем

$$\frac{mg}{2} - N_1\operatorname{tg}\alpha - \mu_1 N_1 = 0. \qquad (6)$$

Выразив в уравнении (6) тангенс угла α и подставив значения силы N_1 из уравнения (4), получим $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_2}$.

4. Круглое бревно удерживается на наклонной плоскости при помощи веревки, параллельной наклонной плоскости и закрепленной на стойке A. Коэффициент трения между бревном и плоскостью равен 0,4. При каких значениях угла наклона плоскости бревно будет в равновесии (см. рис.)?



Решение

$F + T = mg\sin\alpha$, (1)

$N = mg\cos\alpha$, (2)

$T2r = mgr\sin\alpha$. (3)

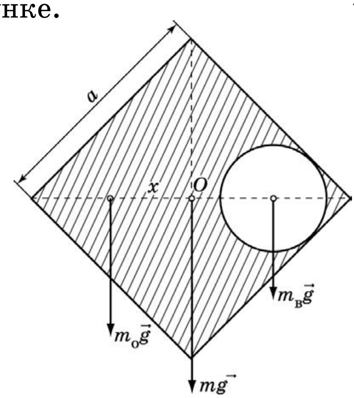
Сила трения равна $F = \mu N$. (4)

Решая уравнения (1)–(4), получим:

$$F = mg\sin\alpha - T = mg\sin\alpha - \frac{1}{2}mg\sin\alpha = \frac{1}{2}mg\sin\alpha,$$

$$\frac{1}{2}mg\sin\alpha = F \le \mu N = \mu mg\cos\alpha, \quad tg\alpha \le 2\mu = 1, \quad 0 \le \alpha \le 45°.$$

5. Определить положение центра тяжести однородной квадратной пластинки со стороной a, в которой вырезано круглое отверстие радиусом $\frac{a}{4}$ так, как показано на рисунке.



Решение

В задачах этого типа фигуру с вырезом желательно изобразить так, чтобы ось симметрии была горизонтальна. Если вставить вырезанную часть пластинки на прежнее место, то силу тяжести всего тела, равную mg (в данной задаче квадрата), можно представить как сумму двух параллельных сил — силы тяжести вырезанной части (диска), равной $m_в g$, и силы тяжести оставшейся фигуры (квадрата с отверстием), равной $m_0 g$. Первая из этих сил приложена в центре тяжести невырезанной фигуры (квадрата), вторая — в центре тяжести вырезанной части (круга), третья — в неизвестном пока центре тяжести пластинки с отверстием. Если известны равнодействующая сила (mg), одна из параллельных сил ($m_в g$) и расстояние l между линиями действия этих сил, легко определить положение линии действия второй силы (m_0g), а следовательно, и расстояние x между центрами тяжести вырезанной и целой фигур. Действительно, относительно точки O должно быть

$$m_0gx = m_{\text{в}}gl, \text{ или } (m - m_{\text{в}})\ x - m_{\text{в}}l,$$

так как модуль силы тяжести оставшейся части фигуры равен $m_0g = mg - m_{\text{в}}g$.

Из предыдущего равенства находим $x = \dfrac{m_0 l}{m - m_{\text{в}}}$, или окончательно $x = \dfrac{S_{\text{в}}}{S - S_{\text{в}}}l$, поскольку масса однородной пластинки одинаковой толщины h равна $m = \rho hS$, где S — площадь; ρ — плотность материала.

В данном примере площадь вырезанной части $S_{\text{в}} = \pi\dfrac{a^2}{16}$, площадь всей фигуры $S = a^2$. Расстояние между центрами тяжести вынутого диска и квадрата равно:

$$l = \frac{\sqrt{2}}{4}a.$$

Подставляя в расчетную формулу для x вместо $S_{\text{в}}$, l и S их значения и проводя упрощения, получим:

$$x = \frac{\pi\sqrt{2}}{4(16 - \pi)}a.$$

6. Полый медный шар весит в воздухе $P = 2{,}6 \cdot 10^{-2}$ Н, в воде $T = 2{,}17 \cdot 10^{-2}$ Н. Определить объем внутренней полости шара. Плотность меди $\rho_{\text{м}} = 8{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3. Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

Решение

При взвешивании шара в воде на него вниз действует сила тяжести, равная по модулю весу тела P в воздухе (так как выталкивающей силой воздуха можно пренебречь), вверх — сила натяжения T нити, на которой шар подвешен к динамометру (численно она равна весу тела в воде), и выталкивающая сила воды $F_{\text{в}}$. Поскольку взвешиваемое тело находится в равновесии и все силы действуют по одной прямой, то должно быть:

$$F_в + T - P = 0.$$

Выразив $F_в$ через плотность воды $\rho_в$ и объем погруженной части тела, равный объему тела V_0, получим:

$$\rho_в gV_0 + T - P = 0. \qquad (1)$$

Объем полости $V_п$ равен объему всего тела V_0 без объема $V_м$, который занимает материал тела (в нашем примере медь):

$$V_п = V_0 - V_м, \text{ или } V_п = V_0 - \frac{P}{\rho_м g}. \qquad (2)$$

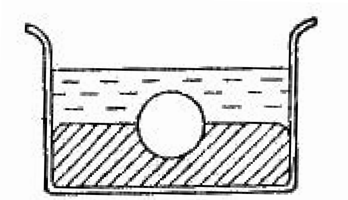
Исключая из уравнений (1) и (2) объемы тел, находим объем полости:

$$V_п = \frac{P-T}{\rho_в g} - \frac{P}{\rho_м g}, \quad V_п = 1{,}3 \cdot 10^{-10}\ м^3.$$

7. Пластмассовый брусок плавает на поверхности воды. Как изменится глубина погружения бруска в воду, если поверх воды налить слой масла, полностью покрывающий брусок?

Решение

На первый взгляд может показаться, что из-за давления масла на верхнюю грань бруска он погрузится в воду глубже. Однако следует учесть, что еще более толстый слой масла давит на поверхность воды. Согласно закону Паскаля это давление полностью передается на нижнюю грань бруска, поэтому глубина погружения бруска в воду уменьшится.



8. Сплошной однородный шар, объем которого равен V, плавает на границе двух несмешивающихся жидкостей (см. рис.). Плотность верхней жидкости D_1, нижней — D_2, плотность материала шара D ($D_1<D<D_2$). Какая часть объема шара будет находиться в верхней, а какая часть — в нижней жидкости?

Решение

На шарик, находящийся на границе двух жидкостей, действуют три силы: вес шарика $P=DgV$ и выталкивающие силы, действующие со стороны первой и второй жидкостей: $F_1=D_1gV_1$, где V_1 — объем тела, погруженного в первую жидкость; $F_2=D_2gV$, где V_2 — объем тела, находящегося во второй жидкости. Так как шар находится в равновесии, то равнодействующая этих сил должна быть равна нулю.

$$P-F_1-F_2=0, \text{ или } DgV-D_1gV_1-D_2gV_2=0.$$

Так как шар целиком находится внутри жидкостей, то $V_1+V_2=V$.

Решая полученные уравнения совместно, находим

$$V_1=\frac{D_2-D}{D_2-D_1}V; \quad V_2=\frac{D-D_1}{D_2-D_1}V.$$

9. Аэростат массой 500 кг и объемом 600 м^3 поднимается вертикально вверх. Принимая движение его в течение первых 10 секунд равномерноускоренным, определить, на какую высоту поднимается аэростат в течение первых 10 секунд.

Решение

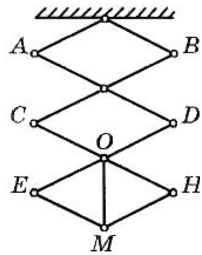
На аэростат действуют две силы: вес P и выталкивающая сила F. Равнодействующая этих сил сообщает аэростату ускорение. Запишем уравнение движения.

$$DgV - mg = ma, \text{ откуда } a = \frac{DgV - mg}{m}.$$

Высоту поднятия аэростата найдем из формулы равнопеременного движения.

$$h = \frac{at^2}{2} = \frac{DgV - mg}{2m} t^2 = 274{,}4 \text{ м}.$$

10. Имеется подвеска, состоящая из стержней, соединенных шарнирно (см. рис.). Стержни AD, BC, DE и CH сплошные. Между точками O и M натянута нить. Определить силу T натяжения нити OM, если масса всей системы равна m.



Решение

Чтобы система с идеальными связями оставалась в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех внешних сил, действующих на систему на любом возможном перемещении ее, равнялась нулю (принцип возможных перемещений). Применение принципа возможных перемещений приводит к выражению

$$F_{\text{упр}} = \Delta x_1 - mg\Delta x_2 = 0. \tag{1}$$

Связь между перемещениями Δx_1 и Δx_2 устанавливается легко. Действительно, при бесконечно малом уменьшении длины нити на величину Δx_1 точка M подвески поднимается на высоту $3\Delta x_1$, а центр тяжести подвески на высоту

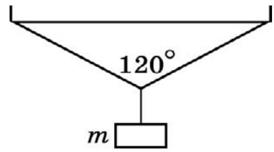
$$\Delta x_2 = \frac{3}{2}\Delta x_1. \tag{2}$$

Из выражений (1) и (2) получаем:

$$F_{\text{упр}} = mg\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{3}{2}mg.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Фонарь массой 20 кг подвешен на двух одинаковых тросах, образующих угол 120°. Найдите натяжение каждого троса.



Ответ: ____________________ Н.

2. Установите соответствие между техническими устройствами (приборами) и физическими закономерностями, лежащими в основе принципа их действия.

1) зависимость гидростатического давления от высоты столба жидкости
2) условие равновесия рычага
3) зависимость силы упругости от степени деформации
4) объемное расширение жидкостей при нагревании
5) изменение атмосферного давления с высотой

Ртутный барометр	Высотометр	Пружинный динамометр

3. Канал перегорожен плотиной. Глубина канала с одной стороны $h_1 = 8$ м, а с другой стороны $h_2 = 4$ м. Сила давления неподвижной воды на плотину равна 1440 кН. Какова ширина канала?

Ответ: ____________________ м.

4. Установите соответствие между научными открытиями и именами ученых, которым эти открытия принадлежат.

1) Б. Паскаль
2) Э. Торричелли

3) Архимед
4) Р. Гук
5) И. Ньютон

Закон равновесия рычага	Закон передачи давления внутри газа или жидкости	Закон упругой деформации

5. Сосуд квадратного сечения заполнен водой до высоты $h = 80$ см.

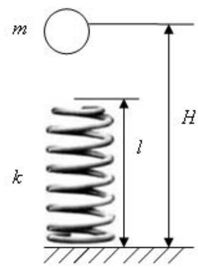
Сила давления на боковую стенку сосуда в два раза больше силы давления на его дно. Определите сторону квадрата.

Ответ: ______________________ см.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. С какой высоты H падает тело массой m на невесомую пружину жесткостью k, если максимальная сила давления на пол равна N? Длина свободной пружины равна l.



Р е ш е н и е

Обозначим через x деформацию пружины, когда на нее упало тело. По закону сохранения механической энергии потенциальная энергия шара вверху равна потенциальной энергии сжатой пружины:

$$mg(H-1+x)=\frac{kx^2}{2}. \qquad (1)$$

Пусть в момент наибольшего сжатия пружина, когда давление пружины на пол равно N, деформация ее равна x_0. Тогда $F_{\text{упр}}=N=kx_0$. Отсюда $x_0=\frac{N}{k}$. Заменим в (1) x на x_0, то есть применим закон сохранения энергии в момент наибольшего сжатия.

$$mg\left(H-1+\frac{N}{k}\right)=\frac{kN^2}{2k^2}, \quad mgH=mgl-\frac{mgN}{k}+\frac{N^2}{2k},$$

$$H=l-\frac{N}{k}+\frac{N^2}{2kmg}.$$

Значит, $H=l-\frac{N}{k}+\frac{N^2}{2kmg}$.

2. Пуля массой 9 г, летящая горизонтально со скоростью 400 м/с, пробивает бревно толщиной 30 см и вылетает из него со скоростью 100 м/с. Какова средняя сила сопротивления движению пули в бревне?

Решение

Начальная кинетическая энергия пули $W_{1k} = \frac{mv^2_1}{2}$, а после вылета из бревна $W_{1k} = \frac{mv^2_2}{2}$. Изменение кинетической энергии $\Delta W_k = W_{2k} - W_{1k} = \frac{mv^2_2}{2} - \frac{mv^2_1}{2} = \frac{m}{2}(v^2_2 - v^2_1)$.

ΔW_k, энергия уменьшается. За счет уменьшения энергии совершена отрицательная работа против сил сопротивления $A = -F_{\text{пр}}S$. Далее $A = \Delta W_k - F_{\text{пр}}S = \frac{m}{2}(v^2_2 - v^2_1)$,

$F_{\text{пр}} = \frac{m(v^2_2 - v^2_1)}{2S}$, $F_{\text{пр}} = \frac{9 \cdot 10^{-3} \cdot (400^2 - 100^2)}{2 \cdot 0,3} \approx 2250\text{ Н}.$

3. Пуля массой $m = 10$ г, летящая горизонтально со скоростью $v = 50$ м/с, попадает в ящик с песком массой $M = 50$ кг, подвешенный на веревке, и застревает в нем. На какую высоту поднимется ящик, отклоняясь после попадания пули?

Решение

Начальную скорость ящика u после попадания пули можно определить при помощи закона сохранения импульса (удар неупругий): $mv = (M + m)u$. Высоту h, на которую поднимается ящик после удара пули, найдем из закона сохранения энергии: $\frac{(M+m)u^2}{2} = (M+m)gh$.

Решая систему двух уравнений:

$$\begin{cases} \frac{(M+m)u^2}{2} = (M+m)gh \\ mv = (M+m)u \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{u^2}{2} = gh \\ u = \frac{mv}{M+m} \end{cases}$$

$$\frac{m^2v^2}{2(M+m)^2}=gh; \quad h=\frac{m^2v^2}{2g(M+m)^2};$$

$$h=\frac{(10^{-2})^2\cdot 500^2}{2\cdot 10\cdot (50{,}01)^2}\approx 0{,}5\,\text{мм}.$$

4. Шарики массами m и M соединены легкой недеформированной пружиной. Шарику массой m сообщили скорость v в направлении второго шарика. В момент максимального растяжения пружина порвалась. Какое количество теплоты выделилось к этому моменту?

Решение

Максимальное растяжение пружины наступает в момент, когда скорости шариков u одинаковы. Записав законы сохранения импульса и энергии:

$$mv=(M+m)u,\ mv^2/2=(M+m)u^2/2+Q,$$

где Q — выделившееся количество теплоты, получаем:

$$Q=mMv^2/(2(M+m)).$$

5. Снаряд при вертикальном выстреле достиг высшей точки полета $h=3000$ м и разорвался на два осколка с массами $m_1=3$ кг и $m_2=2$ кг. Осколки продолжают лететь по вертикали — первый вниз, второй вверх. Найти скорости осколков v_1 и v_2 через время $t=2$ с после взрыва, если их полная энергия в момент взрыва E=247 кДж.

Решение

Полная энергия в первый момент после взрыва $E=(m_1+m_2)\ gh+m_1v^2{}_{10}/2+m_2v^2{}_{20}/2$, где v_{10} и v_{20} — скорости осколков в этот момент. Так как взрыв протекал очень быстро, то импульсом силы тяжести за время взрыва можно пренебречь и для нахождения соотношения между скоростями осколков в первый момент после взрыва можно применить закон сохранения импульса:

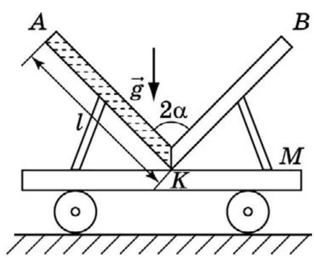
$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = 0$. Решая систему этих двух уравнений, найдем

$$v_{10} = -\sqrt{2\frac{E-(m_1+m_2)gh}{m_1+m_2}\cdot\frac{m_2}{m_1}},\quad v_{20} = \sqrt{2\frac{E-(m_1+m_2)gh}{m_1+m_2}\cdot\frac{m_1}{m_2}}.$$

Искомые скорости осколков будут

$$v_1 = v_{10} - gt \approx -164 \text{ м/с},\quad v_2 = v_{20} - gt \approx 245 \text{ м/с}.$$

6. Изогнутая под углом 2α узкая трубка AKB неподвижно закреплена на тележке так, что каждое колено ее составляет угол α с вертикалью (см. рис.). Половина трубки заполнена водой, удерживаемой заслонкой K. Тележка может двигаться по горизонтальной плоскости. В некоторый момент заслонку K открывают. Найти скорость тележки в тот момент, когда середина столба воды проходит самое нижнее положение. Начальные скорости равны нулю. Масса тележки с пустой трубкой равна M, масса воды равна m, $AK=BK=l$. Трением пренебречь.



Решение

Потенциальная энергия воды за счет уменьшения высоты ее центра масс на Δh уменьшится на величину ΔW, перейдя в кинетическую энергию тележки и воды:

$$\Delta W = mg\Delta h = \frac{mg}{4} l\cos\alpha = \frac{Mu^2}{2} + \frac{m}{2}\left(v^2_{0\text{гор}} + v^2_{0\text{вер}}\right).$$

Так как относительно тележки вода движется под углом α к вертикали со скоростью v, а тележка движется со скоростью u, то горизонтальная составляющая скорости воды относительно земли $v_{0\text{гор}} = u\cos\alpha - u$, а вертикальная $v_{0\text{вер}} = u\cos\alpha$.

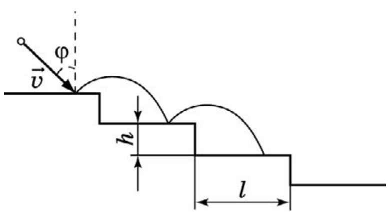
В соответствии с законом сохранения импульса $m(v\sin\alpha - u) = Mu$.

По закону сохранения энергии

$$\frac{m}{2}\left[(v\sin\alpha - u)^2 + (v\cos\alpha)^2\right] + \frac{Mu^2}{2} = \frac{mg}{4} l\cos\alpha.$$

Отсюда $u = \dfrac{m}{M}\sqrt{\dfrac{gl\cos\alpha}{2\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\left[1+\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\text{ctg}\,\alpha\right]}}$.

7. Гладкий стальной шарик прыгает по длинной гладкой лестнице, отскакивая по одному разу от каждой ступеньки (см. рис.). При каждом соударении со ступенькой шарик теряет $\alpha = 50\%$ энергии. С какой скоростью v и под каким углом φ к вертикали был брошен шарик? Ступенька лестницы имеет высоту $h = 10$ см и длину $l = 20$ см.



Р е ш е н и е

Шарик может удариться о каждую ступеньку длинной лестницы только в случае, если каждый раз перед соударением он имеет одну и ту же скорость и ударяется в то же место ступеньки. При этом горизонтальная составляющая скорости шарика не меняется при соударении, а изменение вертикальной составляющей компенсируется за счет работы силы тяжести при падении на следующую ступеньку. Отсюда скорость шарика $v = \sqrt{\dfrac{2gh}{\alpha}} = 2$ м/с.

Время полета между двумя соударениями $t = \frac{l}{v}\sin\varphi$. Начальная вертикальная составляющая скорости после отскока $v_в$ находится из условия $(v\cos\varphi)^2 - v^2{}_в = \alpha v^2$.

По вертикали шарик проходит за время t путь $h = v_в t - \frac{gt^2}{2}$. Из этих соотношений получаем уравнение

$$-\frac{h}{l} = \frac{\sqrt{\cos^2\varphi - \alpha}}{\sin\varphi} - \frac{l}{h}\frac{\alpha}{4\sin^2\varphi}.$$

Подставляя в него числовые значения α, l и h, находим два решения:

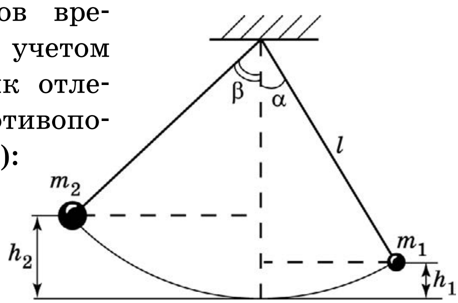
$$\varphi_1 = 45°,\ \operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{1}{3}\ \left(\text{или}\ \sin\varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{10}}\right).$$

Первое решение, очевидно, не удовлетворяет условию, так как при этом получается полная потеря вертикальной составляющей скорости при соударении. Второе решение дает $\varphi = 18{,}5°$.

8. Два упругих шарика массами m_1 и m_2 подвешены на нитях одинаковой длины к одной точке. Меньший шарик отводят в сторону так, что нить принимает горизонтальное положение, затем шарик отпускают. На какой угол от вертикали отклонятся нити после удара?

Решение

Запишем уравнения законов сохранения для моментов времени до и после удара с учетом того, что меньший шарик отлетает после удара в противоположную сторону (см. рис.):



$$m_1 v = m_2 u_2 - m_1 u_1,$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_2 u^2{}_2}{2} + \frac{m_1 u^2{}_1}{2},$$

$$\begin{cases} m_1(v^2 - u^2{}_1) = m_2 u^2{}_2, \\ m_1(v + u_1) = m_2 u_2 \end{cases} \Rightarrow v - u_1 = u_2. \qquad (3)$$

Решая данные уравнения, получим:

$$u_1 = \frac{v(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}, \quad u_2 = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2}.$$

Скорость v первого шарика до удара найдем из уравнения $m_1 gl = \frac{m_1 v^2}{2}$, $v = \sqrt{2gl}$.

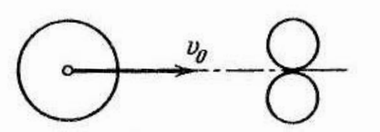
Применяя закон сохранения энергии к каждому шарику после удара, получим:

$$\frac{m_1 u^2{}_1}{2} = m_1 g h_1, \quad h_1 = \frac{u^2{}_1}{2g} = l - l\cos\alpha, \quad \cos\alpha = 1 - \frac{u^2{}_1}{2gl},$$

аналогично $\cos\beta = 1 - \frac{u^2{}_2}{2gl}$. Подставляя значения для u_1 и u_2, получим:

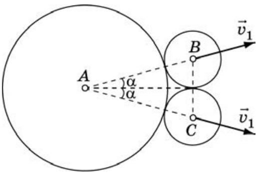
$$\cos\alpha = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}, \quad \cos\beta = \frac{m^2{}_2 + 2m_1 m_2 - 3m^2{}_1}{(m_1 + m_2)^2}.$$

9. Два идеально гладких шара радиуса r лежат, соприкасаясь друг с другом, на идеально гладкой горизонтальной плоскости. Третий такой же шар радиуса $2r$, движущийся со скоростью v_0 по той же плоскости, соударяется одновременно с двумя шарами (см. рис.). Найти скорость большого шара после соударения, считая соударения шаров абсолютно упругими.



Решение

В момент соударения на маленькие шары действуют силы, направленные вдоль прямых, соединяющих их центры с центром большого шара. Поэтому после соударения их движение происходит по этим прямым. Ввиду симметрии их скорости одинаковы по модулю и составляют с направлением движения большого шара одинаковые углы α (см. рис.). Большой же шар сохраняет свое направление движения.



Запишем закон сохранения импульса для проекций на направление движения большого шара и закон сохранения энергии:

$$Mv_0 = Mv + 2mu\cos\alpha, \quad \frac{Mv^2{}_0}{2} = \frac{Mv^2}{2} + \frac{2mu^2}{2},$$

где M и m — массы большого и маленького шаров, а v и u — их скорости после соударения. Преобразуем выражения к виду

$$M(v_0 - v) = 2mu\cos\alpha, \quad M(v^2{}_0 - v^2) = 2mu^2.$$

Возведем первое уравнение в квадрат и поделим на второе:

$$\frac{M(v_0 - v)}{v_0 + v} = 2m\cos^2\alpha.$$

При делении отброшен случай $v = v_0$, когда скорость большого шара не изменяется, т. е. соударения не происходит. Из уравнения имеем

$$v = \frac{v_0(M - 2m\cos^2\alpha}{M + 2m\cos^2\alpha}.$$

Рассматривая треугольник BAC, получим $\cos^2\alpha = \dfrac{8}{9}$. Учитывая также, что $M = 8m$, находим окончательно $v = \dfrac{7v_0}{11}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Тело движется по прямой. Под действием постоянной силы 5 Н импульс тела уменьшился от 25 кгм/с до 15 кгм/с. Сколько времени для этого потребовалось?

Ответ: ____________________ с.

2. На неподвижный бильярдный шар налетел другой такой же. После удара шары разлетелись под углом 90° так, что импульс одного $p_1=0{,}3$ кгм/с, а другого $p_2=0{,}4$ кгм/с. Определите импульс налетевшего шара до удара.

Ответ: ____________________ кгм/с.

3. Тело массой 1 кг скользит по горизонтальной шероховатой поверхности. Коэффициент трения между телом и поверхностью равен 0,1. Начальная скорость движения тела 10 м/с. Какую мощность развивала сила трения в начале движения тела?

Ответ: ____________________ Вт.

4. Лебедка равномерно поднимает груз массой 200 кг на высоту 3 м за 5 с. Чему равна мощность лебедки?

Ответ: ____________________ Вт.

5. Спортсмен поднял штангу массой 75 кг на высоту 2 м. На сколько при этом изменилась потенциальная энергия штанги?

Ответ: ____________________ Дж.

6. Грузик, подвешенный к пружине, растягивает ее на 2 см. Ученик приподнял грузик вверх так, что растяжение пружины исчезло, и выпустил его из рук.

Определите максимальное растяжение пружины при дальнейших колебаниях груза.

Ответ: ____________________ см.

7. С балкона, находящегося на высоте 20 м, упал на землю мяч массой 0,2 кг. Из-за сопротивления воздуха скорость мяча у земли оказалась на 20% меньше скорости тела, свободно падающего с высоты 20 м. Определите, чему равен импульс мяча в момент падения.

Ответ: ____________________ кгм/с.

8. Коэффициент полезного действия наклонной плоскости равен 80%. Угол наклона плоскости к горизонту равен 30°. Чтобы тащить вверх по этой плоскости ящик массой 120 кг, к нему надо приложить силу, направленную параллельно плоскости и равную...

Ответ: ____________________ Н.

9. При вылете из пружинного пистолета вертикально вверх шарик массой 100 г поднимается до максимальной высоты 2 м. Какова жесткость пружины, если до выстрела она была сжата на 5 см? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: ____________________ Н/м.

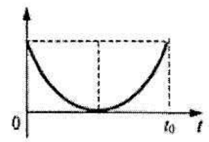
10. Камень брошен с балкона дома горизонтально с некоторой начальной скоростью. Как по мере падения изменяются модуль ускорения камня, модуль горизонтальной составляющей его импульса и потенциальная энергия камня в поле тяжести? Сопротивление воздуха не учитывать. Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличивается
2) уменьшается
3) не изменяется

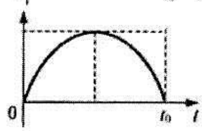
Модуль ускорения камня	Модуль горизонтальной составляющей импульса камня	Потенциальная энергия камня

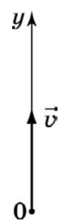
11. Шарик брошен вертикально вверх с начальной скоростью V_0 (см. рис.). Установите соответствие между графиками и физическими величинами, зависимости которых от времени эти графики могут представлять (t_0 — время полета).

А)



Б)





1) проекция скорости шарика v_y,
2) проекция ускорения шарика a_y,
3) кинетическая энергия шарика
4) потенциальная энергия шарика

А	Б

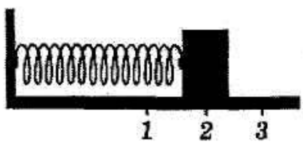
12. Шайба массой m съезжает без трения с горки высотой h из состояния покоя. Ускорение свободного падения равно g. Чему равны модуль импульса шайбы и ее кинетическая энергия у подножия горки? Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ	ФОРМУЛЫ
А) модуль импульса шайбы	1) $\sqrt{2gH}$
Б) кинетическая энергия шайбы	2) $m\sqrt{2gH}$
	3) mgh
	4) mg

Ответ:

А	Б

13. Груз изображенного на рисунке пружинного маятника совершает гармонические колебания между точками *1* и *3*. Как меняются кинетическая энергия груза маятника, скорость груза и жесткость пружины при движении груза маятника от точки *1* к точке *2*? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:



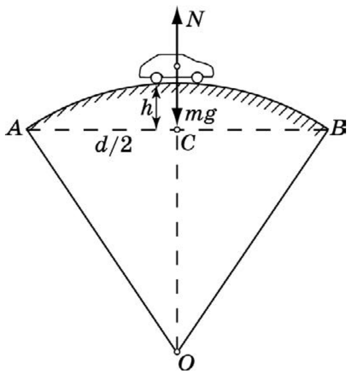
1) увеличивается
2) уменьшается
3) не изменяется

Кинетическая энергия груза маятника	Скорость груза	Жесткость пружины

ВРАЩЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

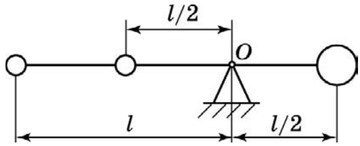
1. Через реку шириной $d=100$ м переброшен выпуклый мост в форме дуги окружности. Верхняя точка моста поднимается над берегом на высоту $h=10$ м. Мост может выдержать максимальную силу давления $F=44{,}1$ кН. При какой скорости грузовик массы $m=5000$ кг может переехать через мост?



Решение

Максимальная сила давления на мост будет в верхней точке моста. Минимально допустимую скорость v можно найти из выражения $mg-F=\frac{mv^2}{R}$, где m — масса грузовика. Следовательно, должно выполняться неравенство $v\ge\sqrt{\frac{R(mg-F)}{m}}$. Радиус кривизны моста определяется из треугольника ACO (см. рис.). По теореме Пифагора $R^2=\frac{d^2}{4}+(R-h)^2$; отсюда радиус кривизны $R=\frac{(4h^2+d^2)}{8h}$. С учетом этого получим, что $v\ge 40{,}6$ км/ч.

2. Невесомый стержень может вращаться без трения вокруг горизонтальной оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через точку O (см. рис.). На стержне с одной стороны от оси укреплены одинаковые по массе грузы на расстояниях l и $l/2$ от точки O. С другой стороны на стержне укреплен груз удвоенной массы на расстоянии $l/2$ от оси. В начальный момент стержень был расположен горизонтально, а затем отпущен без толчка. Найти скорость v среднего груза в момент прохождения стержнем положения равновесия.



Решение

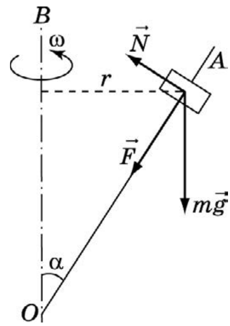
Искомую скорость можно найти с помощью закона сохранения энергии. Если за нулевой уровень потенциальной энергии принять горизонтальную плоскость, проходящую через точку O, то начальная энергия грузов будет равна нулю. Поэтому будет равна нулю и полная конечная энергия грузов в тот момент, когда стержень займет вертикальное положение. Обозначив через m массу каждого из малых грузов, будем иметь

$$\frac{mv^2}{2}+\frac{m(2v)^2}{2}+\frac{2mv^2}{2}-mg\frac{l}{2}-mgl+2mg\frac{l}{2}=0$$

(здесь учтено, что скорость малого груза на конце стержня вдвое больше скорости среднего груза); отсюда $v=\sqrt{\dfrac{gl}{7}}$.

3. Стержень OA вращается относительно вертикальной оси OB с угловой скоростью ω (см. рис.). Угол между осью и стержнем равен α. По стержню без трения скользит муфта массы m, связанная с точкой O пружиной. Определить положение муфты при вращении. Длина пружины в недеформированном состоянии равна l_0, жесткость пружины равна k.

Решение



На муфту действуют силы (см. рис.) $F = k(l - l_0)$ — сила упругости пружины, mg — сила тяжести муфты, N — сила реакции со стороны стержня. Поскольку в установившемся режиме муфта вращается в горизонтальной плоскости с постоянной угловой скоростью, сумма всех действующих на нее сил должна быть центростремительной силой, направленной по радиусу окружности. Следовательно, сумма проекций всех сил на вертикаль должна быть равна нулю:

$$N\sin\alpha - mg - k(l - l_0)\cos\alpha = 0,$$

откуда $N = \dfrac{mg}{\sin\alpha} + \dfrac{k(l - l_0)\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

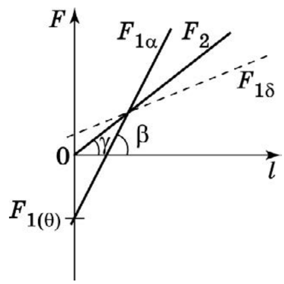
Рассмотрим теперь сумму проекций всех сил на радиус окружности, описываемой муфтой:

$$F_1 = k(l - l_0)\sin\alpha + N\cos\alpha = \frac{mg\cos\alpha}{\sin\alpha} + \frac{k(l - l_0)}{\sin\alpha}.$$

Как уже было сказано, эта сила в установившемся режиме должна являться центростремительной силой: $F_2 = m^2 l\sin\alpha$. Равновесное значение l найдется из равенства $F_1 = F_2$: $l = \dfrac{(kl_0 - mg\cos\alpha)}{k - m\omega^2\sin^2\alpha}$.

Исследуем, является ли найденное положение муфты устойчивым. Для этого построим графики $F_1(t)$ и $F_2(t)$ (см. рис.). Это прямые линии, одна из которых (F_2) всегда проходит через начало координат, ее наклон задается условием $\mathrm{tg}\gamma = m\omega^2\sin\alpha$. Расположение и наклон второй прямой (F_1) зависит от параметров системы:

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{k}{\sin\alpha},\ F_1(0) = \frac{mg\cos\alpha - kl_0}{\sin\alpha}.$$



Положение равновесия определяется точкой пересечения $F_1(l)$ и $F_2(l)$. Возможны два типа пересечения этих прямых, изображенные на рис. Случай *а*) соответствует положению устойчивого равновесия. Если l немного увеличится, F_1 возрастет больше, чем необходимо для устойчивого вращения, и система вернется к исходному положению. Точно так же, если l уменьшится, F_1 окажется меньше, чем F_2, и радиус окружности будет возрастать, т.е. система и в этом случае вернется в положение равновесия.

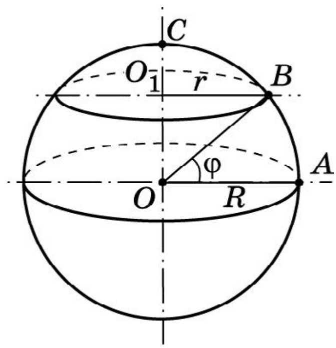
Из тех же соображений видно, что случай *б*) соответствует положению неустойчивого равновесия. Как видно из рис. случай *а*) реализуется при выполнении двух условий:

$$\frac{mg\cos\alpha}{\sin\alpha}-\frac{kl_0}{\sin\alpha}<0, \text{ или } kl_0>mg\cos\alpha;$$

$$\frac{k}{\sin\alpha}>m\omega^2\sin\alpha, \text{ или } \omega<\frac{\sqrt{\dfrac{k}{m}}}{\sin\alpha}.$$

Таким образом, муфта имеет устойчивое положение равновесия на штанге лишь при выполнении этих условий. Заметим в заключение, что в данной задаче не учитываются силы трения и, следовательно, любые возмущения равновесного режима не должны затухать. Различие между положениями устойчивого и неустойчивого равновесия проявится в следующем: при малом смещении муфты из устойчивого положения равновесия она будет в дальнейшем совершать малые колебания около этого положения; при малом смещении из неустойчивого положения муфта уйдет далеко и никогда не вернется в положение, близкое к равновесному.

4. Определить центростремительное ускорение точек земной поверхности на экваторе, на широте 45° и на полюсе, вызванное суточным вращением Земли.



Р е ш е н и е

Точка A земной поверхности на экваторе описывает вместе с Землей за сутки один полный оборот (см. рис.). Следовательно, линейная скорость

$$v_э = \frac{l_э}{T} = \frac{2\pi R}{T}, \quad (1)$$

где $l_э$ — длина окружности земного экватора, R — радиус Земли.

Центростремительное ускорение точки A: $a_{цэ} = \frac{v_э^2}{R}$. (2)

Подставим выражение (1) в (2): $a_{цэ} = \frac{4\pi^2 R^2}{RT^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$; (3)

$$a_{цэ} = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 6{,}36 \cdot 10^6}{(8{,}64 \cdot 10^4)^2} \approx 3{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

Линейная скорость точки B земной поверхности, находящейся на широте φ, равна

$$v = \frac{l}{T} = \frac{2\pi r}{T}, \quad (4)$$

где r — радиус окружности, описываемой точкой B. Из рисунка находим, что

$$r = R\cos\varphi. \qquad (5)$$

По определению центростремительное ускорение точки B $a_ц = \dfrac{v^2}{r}$, или с учетом (4) и (5)

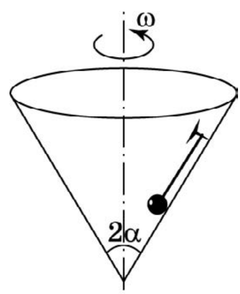
$$a_ц = \frac{(2\pi r)^2}{T^2 r} = \frac{4\pi^2 R\cos\varphi}{T^2}. \qquad (6)$$

Поскольку $a_ц = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2}$, выражение (6) примет вид

$$a_ц = a_{цэ}\cos\varphi;\quad a_ц \approx 2{,}38\cdot 10^{-2}\ \text{м}/\text{с}^2.$$

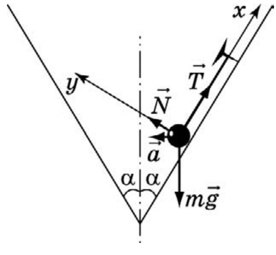
Линейная скорость точки C земной поверхности, находящейся на полюсе, $v_п = 0$, следовательно, $a_ц = 0$.

5. Конус с углом раствора 2α вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью ω (см. рис.). В конусе находится шарик массой m, прикрепленный с помощью нити; радиус вращения шарика равен r. Найти натяжение нити и давление шарика на поверхность конуса.



Решение

На шарик действуют: сила тяжести mg, сила натяжения нити T и реакция конуса N (см. рис.).



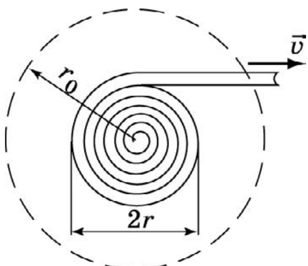
Ускорение шарика a равно $\omega^2 r$. Проецируя силы и ускорение на оси x и y, будем иметь:

$$T - mg\cos\alpha = -m\omega^2 r\sin\alpha, \quad N - mg\sin\alpha = m\omega^2 r\cos\alpha.$$

Решив эту систему, получим:

$$T = mg\cos\alpha - m\omega^2 r\sin\alpha, \quad N - mg\sin\alpha + m\omega^2 r\cos\alpha.$$

6. Лента перематывается с одной катушки на другую. Скорость подачи ленты постоянна и равна v. Найти угловую скорость вращения мотка через время t после начала перемотки. Начальный радиус мотка r_0, толщина ленты Δl.



Решение

Для определения угловой скорости ω необходимо знать радиус мотка по прошествии времени t, так как $\omega = \dfrac{v}{r}$.

Объем ленты, смотанной за время t, равен $V = vt\Delta lh$, где vt — длина, Δl — толщина и h — ширина ленты. С другой стороны, этот же объем равен $\pi({r^2}_0 - r^2)h$ (см. рис.) и, следовательно, $\pi({r^2}_0 - r^2) = vt\Delta l$, $r = \sqrt{{r^2}_0 - \dfrac{vt\Delta l}{\pi}}$, и отсюда $\omega = \dfrac{v}{\sqrt{{r^2}_0 - \dfrac{vt\Delta l}{\pi}}}$.

7. Вес тела на экваторе астероида на 10% меньше веса на полюсе. Чему равен период обращения астероида вокруг своей оси, если астероид представляет собой шар с плотностью вещества $\rho = 5 \cdot 10^3$ кг/м³?

Решение

Вес тела на полюсе $P_п = mg = \dfrac{mGM_a}{R^2_a} = \dfrac{4}{3}\pi G\rho m R_a$.

Тело, покоящееся на экваторе, вращается вместе с поверхностью астероида, поэтому $mg - P_э = m\omega^2 R_a$. Так как по условию $P_э = 0{,}9P_п = 0{,}9mg$, мы получаем, что $\omega^2 = 0{,}1 \cdot \dfrac{4}{3}\pi G\rho$. Период обращения

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{30\pi}{G\rho}} \approx 1{,}68 \cdot 10^4 \text{ с.}$$

8. Две звезды под действием силы взаимного гравитационного притяжения описывают круговые орбиты вокруг их общего центра масс с периодом $T=2$ года. Сумма масс звезд $m_1 + m_2 = 2M_С$, где $M_С$ — масса Солнца. Найти расстояние между звездами, зная, что среднее расстояние от Земли до Солнца $R_0 = 1{,}5 \cdot 10^8$ км. Масса Земли пренебрежимо мала по сравнению с массой Солнца.

Решение

Если r_1 и r_2 — расстояния звезд от их общего центра масс, то $m_1 : m_2 = r_2 : r_1$. Принимая во внимание, что $m_1 + m_2 = 2M_С$, и обозначая расстояние между звездами через R, получим $m = \dfrac{2M_С r_1}{R}$. Так как сила их гравитационного притяжений является для каждой звезды центростремительной силой, звезды вращаются вокруг их общего центра масс; при этом $\dfrac{m_1 4\pi^2 r_1}{T^2} = \dfrac{Gm_1 m_2}{R^2}$.

Используя выражение для m_2, получаем $\frac{4\pi^2}{T^2}=\frac{2GM_C}{R_З}$. Для системы Солнце — Земля по аналогии можно написать $\frac{4\pi^2}{(\frac{T}{2})^2}=\frac{GM}{R^3_{\ 0}}$, где R_0 — расстояние от Земли до Солнца, а $M\approx M_C+m$. Из этих соотношений получаем $R=2R_0=3{,}0\cdot10^8$ км.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Найдите величину угловой скорости ω искусственного спутника Земли, если известно, что он вращается по круговой орбите с периодом обращения $T=88$ мин, и его орбита расположена на расстоянии $h=200$ км от поверхности Земли.

Ответ: ____________________ $с^{-1}$.

2. Найдите радиус R вращающегося колеса, если известно, что величина v_1 линейной скорости точки, лежащей на ободе, в 2,5 раза больше величины v_2 линейной скорости точки, лежащей на расстоянии $r=5$ см ближе к оси колеса.

Ответ: ____________________ см.

3. Величина линейной скорости точек окружности вращающегося диска равна $v_1=3$ м/с, а точек, находящихся на расстоянии $r=10$ см ближе к оси вращения, $v_2=2$ м/с. Какова частота n вращения диска?

Ответ: ____________________ $с^{-1}$.

4. Шкив диаметром 1 метр делает 500 оборотов за 300 секунд. Определите угловую скорость точек на ободе шкива.

Ответ: ______________________ рад/с.

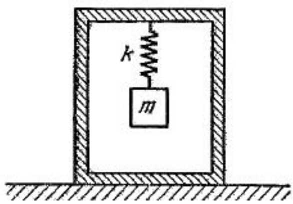
5. Какого радиуса поворот может совершить автомобиль при скорости $v=15$ м/с и коэффициенте трения $\mu=0,3$?

Ответ: ______________________ м.

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

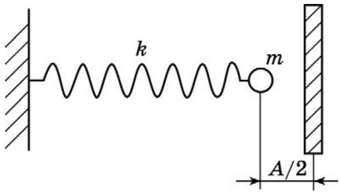
1. Коробка массы M стоит на горизонтальном столе. В коробке на пружине жесткости k подвешен груз массы m (см. рис.). При какой амплитуде колебаний груза m коробка начнет подпрыгивать на столе?



Решение

Начальное растяжение пружины $x_0 = \dfrac{mg}{k}$. Для того чтобы коробка подпрыгнула, пружина должна действовать на нее с силой, направленной вверх и большей силы тяжести коробки Mg, т.е. пружина должна быть сжата на длину $x \geq \dfrac{Mg}{k}$. Если A — амплитуда колебаний груза, то $x = A - x_0$, откуда получаем $A \geq \dfrac{(M+m)g}{k}$.

2. Шарик массы m совершает гармонические колебания с амплитудой A на пружине жесткости k. На расстоянии $\dfrac{A}{2}$ от положения равновесия установили массивную стальную плиту, от которой шарик абсолютно упруго отскакивает (см. рис.). Найти период колебаний в этом случае.



Решение

Найдем время t, за которое шарик сместится от положения равновесия на половину амплитуды:

$$\frac{A}{2} = A\sin\left(\frac{2\pi t}{T_0}\right).$$

Известно, что $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$, поэтому $t = \frac{T_0}{12}$. К положению равновесия шарик возвращается столько же времени, так как при абсолютно упругом ударе направление скорости меняется на противоположное, а модуль сохраняется. В противоположную сторону от положения равновесия шарик движется так, как если бы плиты не было. Если пренебречь временем соударения шарика с плитой, период колебаний $T = 2t + \frac{T_0}{2} = \frac{2T_0}{3} = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$.

3. На какую высоту над землей надо поднять математический маятник, чтобы период его колебаний увеличился на 1%?

Решение

Пусть T — период колебаний на земле, а T' — на высоте h. Тогда $T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$, где g' — ускорение свободного падения на этой высоте.

Но $g' = \frac{gR^2}{(R+h)^2}$ и поэтому $T' = T\frac{R+h}{R} = T\left(1+\frac{h}{R}\right)$, где R — радиус Земли. Так как R=6400 км, то искомая высота равна 64 км.

4. Горизонтальная платформа совершает гармонические колебания в своей плоскости с частотой 2 Гц и амплитудой 1 см. На платформе лежит груз, коэффициент трения которого о платформу равен 0,2. Будет ли груз скользить по платформе?

Решение

Груз не будет скользить по платформе, если $kmg \geq m|a|_{max}$, где k — коэффициент трения, а $|a|_{max}$ — максимальное ускорение платформы. Так как $|a|_{max} =$ $= A\omega^2 = 0{,}01(2\pi \cdot 2)^2 = 1{,}58$ м/с^2 и $kg = 0{,}2 \cdot 9{,}8 = 1{,}96$ м/с^2, то это условие выполняется.

5. Математический маятник, состоящий из нити длиной $l = 243$ см и стального шарика радиусом $r = 2$ см, совершает гармонические колебания с амплитудой $xm = 10$ см. Определить скорость шарика при прохождении им положения равновесия и наибольшее значение равнодействующей всех сил, действующих на шарик. Плотность стали $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Решение

К математическому маятнику применимы все уравнения гармонических колебаний. Они дают возможность определить кинематические и динамические характеристики движения маятника, причем в отличие от общего случая к этим уравнениям добавляется формула периода колебаний математического маятника, позволяющая найти круговую частоту, если известна его длина.

Исходя из условий задачи, можно сразу определить период и, следовательно, круговую частоту колебаний маятника. Применяя формулу математического маятника к колебаниям шарика, необходимо учесть, что входящая в нее длина равна расстоянию $l + r$ от точки подвеса до центра тяжести колеблющегося тела, поскольку в данном примере шарик можно рассматривать как материальную точку. Кроме того, здесь $a=g$, так как точка подвеса находится в равновесии:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{g}{l+r}}. \qquad (1)$$

Зная угловую частоту и амплитуду, легко найти скорость маятника при прохождении им положения равновесия. В этом положении она имеет максимальное значение

$$v_m=\omega x_m. \qquad (2)$$

Наибольшее значение возвращающая сила имеет в крайнем положении маятника, где смещение становится равным амплитуде, а ускорение достигает максимума:

$$F_m=ma_m=mx_m\omega^2. \qquad (3)$$

Массу колеблющегося шарика мы найдем, зная радиус и плотность материала:

$$m=\rho\frac{4}{3}\pi r^3. \qquad (4)$$

Решая уравнения (1) — (4) совместно относительно скорости и силы, после подстановки числовых данных получим:

$$v_m=x_m\sqrt{\frac{g}{l+r}};\quad v_m\approx 0{,}2\ \text{м/с};\quad F_m=\frac{4\pi g\rho r^2 x_m}{3(l+r)};\quad F_m\approx 0{,}1\ \text{Н}.$$

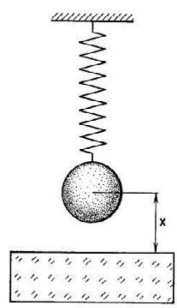
6. К верхнему концу цилиндрического сосуда, в который постепенно наливают воду, поднесен звучащий камертон. Звук, издаваемый камертоном, заметно усиливается, когда расстояния от поверхности жидкости до верхнего конца сосуда достигают значений $h_1=25$ см и $h_2=75$ см. Найти частоту колебаний ν камертона. Скорость звука в воздухе $v=340$ м/с.

Решение

Звучание камертона усиливается в тот момент, когда частота собственных колебаний воздушного столба в сосуде совпадает с частотой колебаний камертона. Собственные колебания воздушного столба в сосуде соответствуют установлению в нем стоячей волны такой длины λ, что у нижнего конца образуется узел смещения частиц воздуха, а у верхнего — пучность. Таким образом, в свободной части трубы h укладывается $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{3\lambda}{4}$, $\frac{5\lambda}{4}$ и т.д., т.е. в общем случае $(2k+1)\frac{\lambda}{4} = h$, где k — целое число. Напомним, что в стоячей волне между двумя узлами укладывается половина длины волны. Так как частота колебаний в звуковой волне $\nu = \frac{v}{\lambda}$, то соответствующая некоторому значению k частота камертона $\nu = (2k+1)\frac{v}{4h}$. По условию задачи частота имеет вполне определенное значение. Поэтому различным высотам воздушного столба h_1 и h_2 должны соответствовать два значения k, отличающиеся на единицу: $k_1 = n$ и $k_2 = n + 1$, причем должно выполняться условие $(2k_1+1)\frac{v}{4h_1} = (2k_2+1)\frac{v}{4h_2}$; отсюда, полагая $n = 0$, найдем $k_1 = 0$ и $k_2 = 1$. Следовательно, $\nu = \frac{v}{4h_1} = \frac{3v}{4h_2} = 340$ Гц.

7. Шарик, подвешенный на пружине, совершает вертикальные колебания с амплитудой 10 см и периодом 3 с. На каком расстоянии x от положения равновесия шарика нужно поставить плиту, чтобы период его колебания стал равным 2 с? Удары шарика о плиту упругие (см. рис.).

Решение



Обозначим время движения шарика от положения равновесия до плиты через t. Тогда $T = \frac{T_0}{2} + 2t$, $t = \frac{1}{4}$ с.

Смещение x будет равно:

$$A\sin\omega t = A\sin\frac{2p}{T_0}t = A\sin\frac{p}{6} = 5 \text{ см}.$$

8. На горизонтальной площадке лежит кубик. Площадка начинает двигаться вверх, совершая по вертикали гармонические колебания с частотой 16 $с^{-1}$ и амплитудой 7,8 см. В какой момент произойдет отрыв кубика от площадки? На какую высоту от начального положения площадки взлетит кубик после отрыва?

Решение

Отрыв кубика от площадки произойдет в тот момент, когда сила реакции опоры $N=0$:

$$N-mg=ma,\quad -g=a=-A\omega^2\sin\omega t,\quad \sin\omega t=\frac{g}{A\omega^2}=\frac{1}{2},$$

$$\omega t=\frac{\pi}{6},\quad t=\frac{\pi}{6\omega}=0{,}033\ \text{с}.$$

Искомое время движения площадки из нижнего положения равно: $t_1=t+\dfrac{T}{4}=t+\dfrac{2\pi}{4\omega}=0{,}13$ с.

Скорость кубика в момент отрыва определим из уравнения $v=A\omega\cos\omega t=A\omega\cos\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{A\omega\sqrt{3}}{3}$.

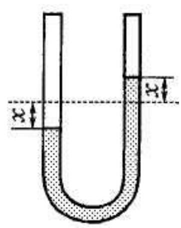
Координата в этот момент будет равна: $y=A\sin\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{A}{2}$.

Найдем максимальную высоту полета кубика от начального положения площадки:

$$h=A+\frac{A}{2}+\frac{v^2}{2g}=\frac{3A}{2}+\frac{A^2\omega^2}{6g}=14{,}3\ \text{см}.$$

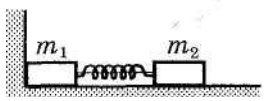
9. Найти период колебаний жидкости в U-образном сосуде постоянного сечения. Длина всего столба жидкости равна $2H$.

Решение



Пусть уровни жидкости в обоих коленах отклонились от равновесного уровня на x (см. рис). Тогда потенциальная энергия жидкости $W_p=\rho Sgx^2=\dfrac{mgx^2}{2H}$ (за нулевой уровень принята энергия жидкости в состоянии равновесия). Полная энергия колеблющейся жидкости $W=\frac{mgx^2}{2H}+\frac{m(x')^2}{2}$. Следовательно, жидкость совершает гармонические колебания с циклической частотой $\omega=\sqrt{\frac{g}{H}}$.

10. На гладком столе лежат два грузика массами $m_1=100$ г и $m_2=300$ г, соединенные легкой пружиной жесткостью $k=50$ Н/м. Один из грузиков касается стенки (см. рис.). Грузики связаны нитью длиной $l_0=6$ см, при этом пружина сжата на $\Delta l=2$ см. Опишите движение грузиков после того, как нить пережигают.



Решение

Сразу после пережигания нити правый грузик начнет под действием пружины двигаться вправо, а левый будет прижат к стене до тех пор, пока пружина будет сжата. Когда пружина начнет растягиваться, она оторвет левый грузик от стены, и оба грузика будут двигаться по столу, совершая колебания, причем центр масс системы будет двигаться прямолинейно и равномерно. Период колебаний $T=2\pi\sqrt{\frac{m_1m_2}{k(m_1+m_2)}}=0{,}24$ с.

Найдем скорость $v_{цм}$ движения центра масс. Поскольку в момент отрыва левого грузика от стены пружина не деформирована, из закона сохранения энергии следует, что $\frac{k(\Delta l)^2}{2}=\frac{m_2v^2_2}{2}$, где v_2 — скорость правого грузика в этот момент. Следовательно, скорость центра масс $v_{цм}=$ $=\frac{m_2}{m_1+m_2}v_2=\frac{\Delta l\sqrt{km_2}}{m_1+m_2}=0{,}19$ м/с. Найдем теперь, в каких пределах изменяется длина пружины при колебаниях. В моменты наибольшего растяжения или сжатия пружины грузики неподвижны относительно центра масс, и кинетическая энергия системы равна $\frac{(m_1+m_2)v^2_{\text{цм}}}{2}$. Из закона сохранения энергии можно найти величину максимального удлинения пружины: $x = \Delta l\sqrt{\frac{m_1}{m_1+m_2}} = 1$ см. Поскольку длина недеформированной пружины равна $l_0+\Delta l$, при колебаниях длина пружины изменяется от $l_{\min} = l_0+\Delta l - x = 7$ см до $l_{\max} = l_0+\Delta l + x = 9$ см. Заметим, что деформация пружины не достигает начального значения Δl, ведь часть начальной энергии деформированной пружины перешла в кинетическую энергию поступательного движения системы как целого.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Период колебаний крыльев шмеля составляет 5 мс. Сколько взмахов крыльями сделает шмель при полете за 1 мин?

Ответ: ____________________ .

2. За какую часть периода математический маятник проходит путь от положения равновесия до высшей точки траектории?

Ответ: ____________________ .

3. Груз, подвешенный на легкой пружине жесткостью 400 Н/м, совершает свободные гармонические колебания. Пружину какой жесткости надо взять, чтобы период колебаний этого груза стал в 2 раза больше?

Ответ: ____________________ Н/м.

4. Расстояние до преграды, отражающей звук, равно 68 м. Через какое время человек услышит эхо? Скорость звука в воздухе 340 м/с.

Ответ: ____________________ с.

5. Груз массой 0,2 кг колеблется на пружине жесткостью 500 Н/м с амплитудой 4 см. Найдите кинетическую энергию тела в точке с координатой $x=2$ см.

Ответ: ____________________ Дж.

6. При увеличении длины маятника на 10 см его период увеличился на 0,1 с. Найдите начальный период колебаний.

Ответ: ____________________ с.

7. Что произойдет с характеристиками колебательного движения пружинного маятника, если его массу увеличить в 2 раза, а жесткость оставить прежней?

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Полная энергия	Период колебаний	Частота колебаний

8. Математический маятник с длиной нити 80 см находится в самолете, движущемся горизонтально. Период колебаний маятника равен 1,6 с. Каково ускорение самолета?

Ответ: ____________________ м/с^2.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Баллон с гелием при давлении $P_1 = 6{,}5 \cdot 10^6$ Па и температуре $t_1 = -3$ °C имеет массу $M_1 = 21$ кг, а при давлении $P_2 = 2 \cdot 10^6$ Па и той же температуре массу $M_2 = 20$ кг. Какую массу гелия содержит баллон при давлении $P = 1{,}5 \cdot 10^7$ Па и температуре $t = 27$ °C?

Решение

Используя уравнение газового состояния, найдем отношение масс гелия в первом и во втором случаях:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_2 + (M_1 - M_2)}{m_2} = \frac{P_1}{P_2}.$$

Из этого соотношения следует, что $m_2 = \dfrac{M_1 - M_2}{\dfrac{P_1}{P_2} - 1}$.

Объем баллона $V = \dfrac{m_2 R T_1}{\mu P_2} = \dfrac{(M_1 - M_2) R T_1}{(P_1 - P_2)\mu}$. Теперь нетрудно найти искомую массу гелия:

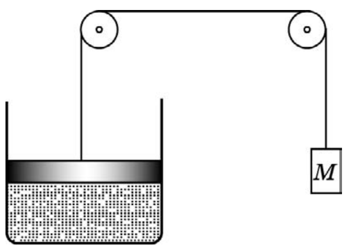
$$m = \frac{(M_1 - M_2) P T_1}{(P_1 - P_2) T_2} = 3\,\text{кг}.$$

2. Некоторая масса газа занимает объем V_1 при давлении P_1 и температуре T_1. Затем газ при постоянном объеме нагревают до температуры $T_2 = 2T_1$, после этого происходит расширение газа при постоянном давлении до объема $V_2 = 4V_1$. Из получившегося состояния газ возвращают в начальное (P_1, V_1, T_1), причем так, что во время этого процесса $PV^n = \text{const}$. Определить показатель степени n.

Решение

В результате нагревания и расширения газ из состояния P_1, V_2 перешел в состояние $2P_1$, $4V_1$. Эти состояния связаны уравнением $P_1V^n{}_1 = 2P_1(4V_1)^n$, откуда $4^n = \frac{1}{2}$ и показатель степени $n = -\frac{1}{2}$.

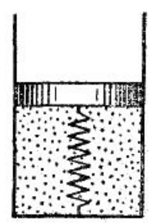
3. В цилиндре под поршнем площади $S = 100$ см^2 находится $m = 28$ г азота при температуре $t_1 = 100$ °C. К поршню через систему блоков подвешен груз массы $M = 50$ кг (см. рис.). Цилиндр охлаждается до $t_2 = 0$ °C. На какую высоту Δh поднимется груз. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Массой поршня пренебречь.



Решение

В обоих случаях груз будет в равновесии, если давление внутри сосуда постоянно и будет удовлетворять условию $P = P_0 = \frac{Mg}{S}$.

Так как в сосуде находится $\upsilon = 1$ моль азота, то $PV_1 = RT_1$, $PV_2 = RT_2$; следовательно, $\Delta V = \frac{R\Delta T}{P} = 1{,}64 \cdot 10^{-2}$ м^3. Груз поднимается на высоту $h = 164$ см.



4. В цилиндре под невесомым поршнем находится газ при атмосферном давлении P_0 и температуре T_0. Поршень удерживается упругой пружиной (см. рис.). Во сколько раз нужно увеличить температуру газа, чтобы его объем увеличился в полтора раза? Если газ полностью откачать из-под поршня, поршень будет находиться в равновесии у дна цилиндра.

Решение

Так как в начальном положении давление газа равно атмосферному, то в этом положении пружина не сжата. Пусть первоначально поршень находится на высоте h. Если газ полностью откачать из-под поршня, то атмосферное давление сожмет пружину как раз на длину h. Это дает возможность прокалибровать пружину. По закону Гука $F=kx$, где k — жесткость пружины, x — изменение ее длины. При $x=h$ сила $F=P_0S$ и, следовательно, $k=P_0S/h$. Давление, которое пружина оказывает через поршень на газ, $P=\frac{F}{S}=\frac{P_0x}{h}$. Когда объем газа увеличится в полтора раза, пружина удлинится на величину $\frac{h}{2}$ и будет создавать давление $P=\frac{P_0}{2}$. Применяя уравнение газового состояния, получим

$$P_0V=\frac{m}{\mu}RT_0,\ \ (P_0+\frac{P_0}{2})\cdot\frac{3}{2}V=\frac{m}{\mu}RT;\ \text{отсюда}\ T=2{,}25\ T_0.$$

5. Вертикально расположенный цилиндр разделен на две равные части тяжелым теплонепроницаемым поршнем, который может скользить без трения. В верхней половине цилиндра находится водород при температуре T и давлении P, в нижней части — кислород при температуре $2T$. Цилиндр перевернули вверх дном. Чтобы поршень по-прежнему делил цилиндр на равные части, пришлось охладить кислород до температуры $\frac{T}{2}$. Температура водорода осталась прежней (T).

Определить давление кислорода в первом и во втором случаях.

Решение

Запишем условия равновесия поршня в первом и во втором случаях: $(P_1 - P)S = Mg$, $(P - P_2) = Mg$, где P — давление водорода (так как его температура и занимаемый объем не меняется, то и давление не меняется), P_1 — давление кислорода в первом случае, P_2 — давление кислорода во втором случае, M — масса поршня, S — сечение цилиндра. Поделив эти равенства почленно друг на друга и учтя, что давление кислорода должно уменьшиться в четыре раза, получаем $P_1 = \dfrac{8P}{5}$, $P_2 = \dfrac{2P}{5}$.

6. Сосуд объемом $2V = 200$ см^3 разделен на две равные части полупроницаемой неподвижной перегородкой. В первую половину введена смесь $m_в = 2$ мг водорода и $m_г = 4$ мг гелия, во второй половине — вакуум. Через перегородку может диффундировать только гелий. Во время процесса поддерживалась температура $T = 27$ К. Какие давления P_1 и P_2 установятся в обеих частях сосуда?

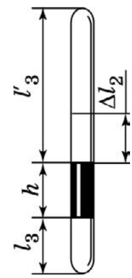
Решение

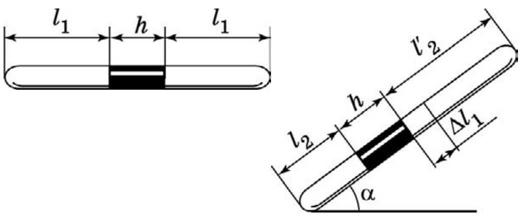
В результате процесса диффузии гелий распределится по всему сосуду, тогда как водород останется в первой половине сосуда. По закону Дальтона давление в смеси газа равно сумме давлений, оказываемых каждым газом в отдельности; поэтому давление в первой половине $P_1 = P_в + P_г$, давление во второй половине $P_2 = P_в$. Из уравнения газового состояния имеем $P_в = \dfrac{m_в RT}{\mu_в V}$, $P_г = \dfrac{m_г RT}{\mu_г 2V}$;

отсюда $$P_1 = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_в}{\mu_в} + \frac{m_г}{2\mu_г}\right) = 0{,}37 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

$$P_2 = \frac{RT}{V}\frac{m_г}{2\mu_г} = 0{,}12 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

7. Посредине откачанной и запаянной с обоих концов горизонтальной трубки находится столбик ртути длиной h=19,6 мм. Если трубку поставить под углом α=30° к горизонту, то столбик ртути переместится на Δl_1=20 мм; если поставить вертикально — на Δl_2=30 мм. До какого давления откачан воздух из трубки?





Р е ш е н и е

В задаче говорится о трех состояниях двух газов одинаковой массы, разделенных столбиком ртути (см. рис.). В процессе движения трубки из горизонтального положения в вертикальное вследствие смещения столбика ртути газ, находящийся в правой части трубки, будет расширяться, в левой — сжиматься. Так как по условию задачи масса и температура газа не меняются, то для каждой пары состояний каждого газа должно иметь место уравнение закона Бойля — Мариотта. Совокупность этих уравнений полностью характеризует изотермический процесс, описываемый в данной задаче.

Состояние газа при горизонтальном положении трубки примем за первое состояние. Вторым состоянием будем считать состояние газа в наклонной трубке, третьим — состояние газа при вертикальном положении трубки.

Обозначим давление газа в левой части трубки в каждом из этих состояний через p_1, p_2, p_3, длину столбов воздуха через l_1, l_2, l_3, тогда, применяя закон Бойля —

Мариотта для каждой пары состояний и учитывая, что площадь поперечного сечения трубки всюду одинакова, получим: $p_1l_1 = p_2l_2; p_1l_1 = p_3l_3$.

Аналогично для газа, заключенного в правой части трубки: $p_1l_1 = p_2'l_2'$ и $p_1l_1 = p_3'l_3'$, так как в первом состоянии давления и объемы газа в обеих частях трубки были одинаковы.

Если при отклонении трубки от горизонтального положения на угол α столбик ртути сместится на расстояние Δl_1, а при отклонении на угол 90° — на расстояние Δl_2, то, как видно из чертежа, $l_2 = l_1 - \Delta l_1$; $l_3 = l_1 - \Delta l_2$; $l_2' = l_1 + \Delta l_1$; $l_3' = l_1 + \Delta l_2$.

Кроме того, при равновесии столбика ртути должно быть $p_2 = p_2' + \rho gh\sin\alpha$ и $p_3 = p_3' + \rho gh$, где ρ — плотность ртути.

Подставляя в уравнение закона Бойля — Мариотта вместо l_2, l_3, l_2', l_3', p_2 и p_3 их выражения, получим:

$$p_1l_1 = (p_2' + \rho gh\sin\alpha)(l_1 - \Delta l_1); \quad p_1l_1 = (p_3' + \rho gh)(l_1 - \Delta l_2);$$

$$p_1l_1 = p_2'(l_1 + \Delta l_1) \text{ и } p_1l_1 = p_3'(l_1 + \Delta l_2).$$

Решая полученные уравнения относительно p_1, найдем:

$$p_1 = \frac{\rho gh}{2}\left[\sqrt{\frac{\Delta l_1(\Delta l_2 - \Delta l_1\sin\alpha)}{\Delta l_2(\Delta l_1 - \Delta l_2\sin\alpha)}} - \sqrt{\frac{\Delta l_2(\Delta l_1 - \Delta l_2\sin\alpha}{\Delta l_1(\Delta l_2 - \Delta l_1\sin\alpha)}}\right];$$

$$p_1 \approx 6 \text{ мм рт. ст.}$$

8. Компрессор захватывает при каждом качании воздух объемом $v=1$ л при нормальном атмосферном давлении и температуре $T_1=273$ К и нагнетает его в автомобильный баллон, объем которого $V=0,5$ м^3; температура воздуха в баллоне $T_2=290$ К. Сколько качаний должен сделать компрессор, чтобы площадь соприкосновения покрышки с полотном дороги уменьшилась на $\Delta S=100$ см^2, если до этого она равнялась $S=450$ см^2 и на колесо приходится нагрузка $F=4,9$ кН?

Решение

В процессе работы компрессора воздух, нагнетаемый в баллон, сжимается от объема, занимаемого им в атмосфере, до объема в камере автопокрышки. В результате упругость баллона возрастает и площадь его соприкосновения с дорогой уменьшается. Следует заметить, что в баллоне и до этого мог находиться воздух, именно поэтому в условии задачи и говорится об уменьшении площади соприкосновения покрышки с дорогой, вызванном увеличением давления, но не о самой площади соприкосновения, величина которой, помимо прочего, зависит от полного давления в баллоне.

Так как при переходе воздуха из свободного состояния в сжатое изменяются его давление, объем и температура, то основным уравнением, характеризующим процесс, служит уравнение объединенного газового закона Клапейрона.

В первом состоянии (в атмосфере) параметры состояния воздуха равны соответственно p_1, V_1, T_1. Во втором состоянии (в баллоне) этот же воздух после n качаний компрессора будет сжат до давления p_2, займет объем баллона V_2 и нагреется до температуры T_2. Объем баллона считается при этом неизменным. Параметры первого и второго состояний воздуха связаны между собой уравнением $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$.

По условию задачи нам даны $p_1 = p_0$, $V_2 = V$, T_1 и T_2, поэтому нужно расшифровать V_1 и p_2.

Если при одном качании компрессор захватывает воздух в объеме v, то весь воздух, содержащийся в объеме V_1, будет перекачан из атмосферы в баллон за n качаний, т.е. $V_1 = nv$.

Чтобы определить давление p_2, нужно учесть следующее. Если до того, как баллон стали накачивать, в нем уже было начальное избыточное давление $p_{изб}$ и площадь соприкосновения покрышки с дорогой равнялась S, то

$p_{изб} = \frac{F}{S}$, где F — нагрузка, приходящаяся на колесо. После того как баллон подкачали, избыточное давление в нем возросло на p_2 и стало равным $p_{изб} + p_2$; площадь соприкосновения с полотном дороги уменьшилась на ΔS и стала равной $S - \Delta S$. Так как нагрузка на колесо осталась прежней, то $p_{изб} + p_2 = \frac{F}{S - \Delta S}$.

Исключая из последних двух равенств начальное давление $p_{изб}$ и подставляя в исходное уравнение вместо параметров V_1 и p_2 их выражения, мы получим уравнение объединенного газового закона в окончательном виде:

$$\frac{p_1 n v}{T} = \frac{F \Delta S V}{S(S - \Delta S)T_2}, \text{ откуда } n = \frac{F \Delta S V T}{pS(S - \Delta S) v T_2} = 148.$$

9. Давление смеси гелия и кислорода в сосуде равно 1,5 атм, плотность 0,2 кг/м^3. Какова температура в сосуде, если концентрация молекул гелия равна $3{,}7 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$?

Решение

Закон Дальтона:

$$p = p_1 + p_2, \quad (1)$$

где p_1 и p_2 — парциальные давления гелия и кислорода соответственно.

Плотность смеси равна:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V}, \quad (2)$$

где m_1 и m_2 — массы газов; V — объем баллона.

Из уравнения Менделеева — Клапейрона получим:

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu_1} RT, \quad m_1 = \frac{p_1 V \mu_1}{RT}; \quad (3)$$

$$m_2 = \frac{p_2 V \mu_2}{RT}. \quad (4)$$

Подставляя уравнения (3) и (4) в уравнение (2), получим с учетом уравнения (1):

$$\rho RT = p_1\mu_1 + p_2\mu_2 = p_1\mu_1 + (p - p_1)\mu_2,$$

$$p_1(\mu_2 - \mu_1) = p\mu_2 - \rho RT. \qquad (5)$$

Используя зависимость между давлением газа и концентрацией молекул $P_1 = nkT$, получим из уравнения (5):

$$n_1kT(\mu_2 - \mu_1) = p\mu_2 - \rho RT, \quad T = \frac{p\mu_2}{kn_1(\mu_2 - \mu_1) + \rho R} = 300\ \text{К}.$$

10. В баллоне объемом 3 м^3 находится разреженная смесь газов водорода и кислорода при температуре 27 °С, масса водорода равна массе кислорода. Через какое время при открывании отверстия площадью 1 см^2 давление смеси газов уменьшится на 1%? Баллон находится в вакууме. Каково отношение концентраций молекул водорода и кислорода в выходящей струе газа?

Примечание. Значения величин, относящиеся к водороду, отмечены индексом «1», к кислороду — индексом «2».

Решение

Из уравнения Дальтона имеем:

$$p = p_1 + p_2 = n_1kT + n_2kT = (n_1 + n_2)kT,$$

$$\Delta p = (\Delta n_1 + \Delta n_2)kT = 0{,}01p, \quad \Delta n_1 = \frac{N_1 t}{V} = \frac{n_1 S v_1 t}{V},$$

$$\Delta n_2 = \frac{N_2 t}{V} = \frac{n_2 S v_2 t}{V}, \quad v = \sqrt{\frac{3kT}{m}},$$

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{St\sqrt{3kT}(n_1\sqrt{m_2} + n_2\sqrt{m_1})}{2(n_1 + n_2)V\sqrt{m_1 m_2}}.$$

$$t = \frac{\Delta p}{p} \cdot \frac{2(n_1 + n_2)V\sqrt{m_1 m_2}}{S\sqrt{3kT}(n_1\sqrt{m_1} + n_2\sqrt{m_1})}.$$

$$n_1 \frac{M_1}{\mu_1} N_A, \quad n_2 = \frac{M_2}{\mu_2} N_A, \quad M_1 = M_2, \quad m_1 = \frac{\mu_1}{N_A}, \quad m_2 \frac{\mu_2}{N_A},$$

$$t=\frac{\Delta p}{p}\cdot\frac{2\left(\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}\right)V\sqrt{\mu_1\mu_2}}{S\sqrt{3kT}\left(\frac{\sqrt{\mu_2}}{\mu_1}+\frac{\sqrt{\mu_1}}{\mu_2}\right)\sqrt{N_A}}\approx 320\text{ с}.$$

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}=\frac{n_1Sv_1tV}{Vn_2Sv_2t}=\frac{n_1v_1}{n_2v_2}=\frac{n_1}{n_2}\frac{\sqrt{\frac{3kT}{m_1}}}{\sqrt{\frac{3kT}{m_2}}}=\frac{n_1}{n_2}\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}.$$

$$\frac{m_2}{m_1}=16,\quad \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}=4\frac{n_1}{n_2}.$$

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Давление 3 моль водорода в сосуде при температуре 300 К равно $p_1=10^5$ Па. Каково давление 1 моль водорода в этом сосуде при вдвое большей температуре?

Ответ: ______________________ Па.

2. Сколько частиц содержится в 4 г водорода, если степень его диссоциации 5%?

Ответ: ______________________ .

3. В стеклянный сосуд закачивают воздух, одновременно нагревая его. При этом температура воздуха в сосуде повысилась в 3 раза, а его давление возросло в 5 раз. Во сколько раз увеличилась масса воздуха в сосуде?

Ответ: ______________________ раз.

4. При постоянной температуре объем данной массы идеального газа возрос в 9 раз. Как изменилось при этом давление?

Ответ: ____________________ .

5. Определите давление газа при температуре 127 °С, если концентрация молекул в нем 10^{21} частиц на 1 м^3. Ответ выразите в Паскалях и округлите до целых.

Ответ: ____________________ Па.

6. В сосуде объемом 110 л находится 0,8 кг водорода и 1,6 кг кислорода. Определите давление смеси, если температура окружающей среды 27 °С.

Ответ: ____________________ МПа.

7. В 1 см^3 объема при давлении 20 кПа находится $5 \cdot 10^{19}$ молекул гелия. Определите среднюю квадратичную скорость молекул при этих условиях.

Ответ: ____________________ м/с.

8. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 0{,}09$ моль находится в равновесии в вертикальном цилиндре под поршнем массой $m = 5$ кг. Трение между поршнем и стенками цилиндра отсутствует. Внешнее атмосферное давление равно $p_0 = 10^5$ Па. В результате нагревания газа поршень поднялся на высоту $\Delta h = 4$ см, а температура газа поднялась на $\Delta T = 16$ К. Чему равна площадь поршня? Ответ выразите в см^2 и округлите до целых.

Ответ: ____________________ см^2.

9. Укажите, какой процесс, проводимый над идеальным газом, отвечает приведенным условиям (V — занимаемый газом объем, T — абсолютная температура газа, ν — количество вещества газа, p — давление газа).

Установите соответствие между условиями проведения процессов и их названиями.

УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ	НАЗВАНИЕ ПРОЦЕССА
А) $\frac{V}{T} = \mathrm{const},\ \nu = \mathrm{const}$	1) изохорный
Б) $\frac{p}{T} = \mathrm{const},\ \nu = \mathrm{const}$	2) изобарный
	3) изотермический
	4) адиабатный

Ответ:

А	Б

10. В сосуде неизменного объема находится смесь двух идеальных газов: кислорода в количестве 1 моль и азота в количестве 4 моль. В сосуд добавили еще 1 моль кислорода, а затем выпустили половину содержимого сосуда. Температура оставалась постоянной. Как изменились в результате парциальные давления кислорода, азота и давление смеси газов в сосуде? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличилось
2) уменьшилось
3) не изменилось

Парциальное давление кислорода	Парциальное давление азота	Давление смеси газов

ТЕРМОДИНАМИКА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. В цилиндре под поршнем массой m_1 и площадью сечения S находится одноатомный газ аргон массой m и молярной массой μ. Сколько теплоты нужно затратить, чтобы нагреть газ и изменить его температуру на ΔT? Атмосферное давление равно p_0. Чему равно изменение внутренней энергии аргона? Насколько при этом поднимется поршень?

Решение

Процесс нагрева изобарный. Теплота Q, необходимая для нагревания аргона, равна: $Q = mc_p\Delta T = m\dfrac{5R}{2\mu}\Delta T$.

Изменение внутренней энергии равно:

$$\Delta U = mc_V\Delta T = m\frac{3R}{2\mu}\Delta T.$$

Внешняя работа при изобарном процессе равна:

$$A = \frac{m}{\mu}R\Delta T p\Delta V = pS\Delta h,$$

$$\Delta h = \frac{mR\Delta T}{\mu pS} = \frac{mR\Delta T}{\mu(p_0 + \frac{m_1 g}{S})S}.$$

2. Некоторое количество газа (криптон) нагрели при постоянном давлении. Температура газа при этом повысилась в 3 раза. Затем газ изохорно охладили, уменьшив его количество теплоты на 9 кДж. Температура газа при этом снизилась в 2 раза. Сколько теплоты было сообщено газу при изобарном процессе?

Решение

Обозначим температуры начала и конца изобарного нагревания через $T_1 = T$, $T_2 = 3T$. Тогда для изобарного процесса

$$Q_1 = mc_p(T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu}\frac{5}{2}R(3T - T) = \frac{5m}{\mu}RT. \quad (1)$$

Обозначим температуру окончания изохорного охлаждения через $T_3 = \frac{3T}{2}$. Для изохорного процесса (охлаждение) количество теплоты Q_2 равно:

$$Q_2 = mc_V(T_3 - T_2) = \frac{m}{\mu}\frac{3}{2}R(\frac{3T}{2} - 3T) = -\frac{9m}{4\mu}RT. \quad (2)$$

Разделив уравнение (1) на модуль выражения (2), получим $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{20}{9}$, $Q_1 = \frac{20Q_2}{9} = 20$ кДж.

3. В горизонтально расположенном цилиндре находится аргон, разделенный на две части теплонепроницаемым поршнем. Поршень может перемещаться без трения. У одной части аргона отняли 30 Дж теплоты. Давление при этом понизилось на 500 Па. Найдите объем цилиндра.

Решение

Работа сжатия ($A < 0$) аргона в одной части цилиндра равна работе расширения ($A > 0$) в другой части цилиндра, где процесс адиабатный (понижение температуры за счет работы расширения):

$$\Delta Q_2 = 0 = -\Delta U_2 + A,\ \Delta U_2 = A. \quad (1)$$

Для первой части аргона первое начало термодинамики запишется следующим образом:

$$-\Delta Q_1 = -\Delta U_1 - A = -\Delta U_1 - \Delta U_2 =$$

$$= -\frac{3}{2}\frac{R}{\mu}(m_1\Delta T_1 + m_2\Delta T_2). \quad (2)$$

Запишем уравнение состояния для обеих частей аргона до и после охлаждения аргона: $pV_1 = \frac{m_1}{\mu}RT_1$,

$$(p-\Delta p)(V_1-\Delta V_1)=\frac{m_1}{\mu}R(T_1-\Delta T_1) \qquad (3)$$

$$pV_2=\frac{m_2}{\mu}RT_2,$$

$$(p-\Delta p)(V_2+\Delta V)=\frac{m_2}{\mu}R(T_2-\Delta T_2)\,. \qquad (4)$$

Решая уравнения (3) и (4), получим:

$$-\Delta p(V_1+V_2)=-\frac{R}{\mu}(m_1\Delta T_1+m_2\Delta T_2).$$

Из уравнений (5) и (2) получим:

$$V_1+V_2=V=\frac{2\Delta Q_1}{3\Delta p}=0{,}04\ \text{м}^3.$$

4. Поглощает или выделяет теплоту идеальный газ при расширении, если его давление и объем связаны соотношением $P=\alpha V$? Найти подведенное к молю газа (или отведенное от него) количество теплоты, если в таком процессе температура газа возросла на величину ΔT, малую по сравнению с начальной температурой газа. Молярная теплоемкость газа при постоянном объеме $C_V=\dfrac{5R}{2}$.

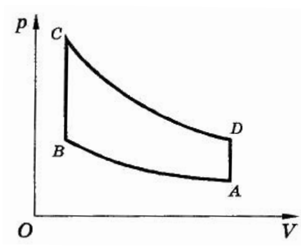
Решение

Температура, а следовательно, и внутренняя энергия газа растут. Кроме того, расширяясь, газ совершает работу. Значит, для осуществления такого процесса необходим подвод теплоты. Изменение внутренней энергии газа $\Delta U=\dfrac{5}{2}R\Delta T$. Подсчитаем работу. Исключая из уравнения процесса и уравнения состояния P, получаем связь между T и V: $RT=\alpha V^2$. Запишем то же соотношение для конечного состояния: $R(T+\Delta T)=\alpha(V+\Delta V)^2$. Вычитая из второго равенства первое и пренебрегая членом, содержащим квадрат малой величины ΔV, получаем: $\Delta V = \dfrac{R\Delta T}{2\alpha V}$.

Тогда для работы имеем $A = p\Delta V = \alpha V \Delta V = R\dfrac{\Delta T}{2}$.

Сумма изменения внутренней энергии и работы есть подведенное тепло: $Q = \Delta U + A = 3R\Delta T$.

5. Карбюраторный двигатель внутреннего сгорания работает по циклу, состоящему из четырех последовательно происходящих процессов: адиабатного сжатия из состояния A в состояние B, изохорного перехода из состояния B в состояние C в результате нагревания воздуха при сжигании горючей смеси, адиабатного расширения из состояния C в состояние D и изохорного перехода из состояния D в исходное состояние A (см. рис.). Вычислить КПД двигателя для случая, если бы воздух был идеальным одноатомным газом при значениях температуры в состояниях A, B, C и D соответственно T_A=300 К, T_B=524 К, T_C=786 К и TD=450 К.



Решение

Значение КПД теплового двигателя определяется соотношением $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$, где Q_1 — количество теплоты, переданное за цикл рабочему телу от нагревателя, Q_2 — количество теплоты, полученное за цикл холодильником от рабочего тела.

Во время осуществления адиабатных процессов расширения и сжатия нет теплообмена рабочего тела ни с холодильником, ни с нагревателем. Следовательно, весь процесс теплоотдачи количества теплоты Q_1 от нагревателя осуществляется при переходе газа из состояния B в состояние C, а процесс передачи количества теплоты Q_2 холодильнику — при переходе газа из состояния D в состояние A. При изохорном переходе газа из состояния B в состояние C работа внешних сил равна нулю: A = 0, так как поршень неподвижен. Из первого закона термодинамики для этого процесса следует: $\Delta U_{BC} = Q_1 + A,\ A = 0,\ \Delta U_{\text{BC}} = Q_1$.

Таким образом, количество теплоты, полученное газом от нагревателя за весь цикл, равно изменению внутренней энергии газа при переходе из состояния B в состояние C:

$$Q_1 = \Delta U_{BC} = U_C - U_B = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT_C - \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT_B = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}(T_C - T_B).$$

Аналогично количество теплоты Q_2, переданное холодильнику при изохорном переходе газа из состояния D в состояние A, равно:

$$Q_2 = \Delta U_{DA} = U_D - U_A = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R(T_D - T_A).$$

Подставляя полученные выражения для Q_1 и Q_2 в уравнение для определения КПД, получаем:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R(T_C - T_B) - \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R(T_D - T_A)}{\frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R(T_C - T_B)} = \frac{T_C - T_B - T_D + T_A}{T_C - T_B}.$$

Найдем численное значение КПД:

$$\eta = \frac{786 - 524 - 450 + 300}{786 - 524} \approx 0{,}43.$$

6. Свинцовая пуля ударяется о стальную плиту и отскакивает от нее. Температура пули перед ударом $t_1 = 50$ °C, скорость $v_0 = 400$ м/с, скорость после удара $v=100$ м/с. Какая часть пули расплавилась, если 60% потерянной кинетической энергии перешло во внутреннюю энергию пули?

Решение

Внутренняя энергия пули увеличивается на $Q=\eta(\frac{mv^2{}_0}{2}-\frac{mv^2}{2})$, где $\eta=0,6$. Эта энергия идет на нагревание всей пули до температуры t_2 плавления свинца и плавление некоторой массы m_x свинца:

$$Q=mc(t_2-t_1)+m\lambda.$$

Отсюда $\frac{m_x}{m}=\frac{\eta}{2\lambda}(v^2{}_0-v^2)-\frac{c(t_2-t_1)}{\lambda}=0,36.$

7. Кусок пробки массой 100 г вмерз в лед массой 3 кг. Эта глыба упала в бак с керосином. При этом вначале она погрузилась на дно, а затем, когда часть льда растаяла, начала всплывать. Сколько теплоты отдал керосин до момента, когда лед с пробкой начал всплывать? Плотность льда $\rho_л=900$ кг/м^3, пробки $\rho_п=200$ кг/м^3, керосина $\rho_к=800$ кг/м^3. Удельная теплота плавления льда $\lambda=3,33\cdot10^5$ Дж/кг. Температура льда равна 0 °С.

Решение

Израсходованная теплота уходит на таяние части льда массой $m_л-m_1$, где m_1 — оставшаяся часть льда, сила тяжести которой вместе с силой тяжести пробки уравновешивается архимедовой силой. Следовательно, уравнение будет иметь следующий вид:

$$(m_1+m_п)g=(V_1+V_2)\rho_к g=\left(\frac{m_1}{\rho_л}+\frac{m_п}{\rho_п}\right)\rho_к g. \qquad (1)$$

Искомая теплота равна:

$$Q=(m_л-m_1)\lambda. \qquad (2)$$

Выразив m_1 из уравнения (1) и подставив в уравнение (2), получим:

$$Q = \lambda\left(m_{л} - \frac{m_{п}\rho_{л}(\rho_{к} - \rho_{п})}{\rho_{п}(\rho_{л} - \rho_{к})}\right) = 10^5 \text{ Дж.}$$

8. Два пластилиновых шарика летят взаимно перпендикулярными курсами со скоростью v каждый. Массы шариков относятся как 4 : 3. На сколько градусов нагреются шарики после абсолютно неупругого удара? Удельная теплоемкость пластилина равна c.

Решение

По закону сохранения импульса $m_1v + m_2v = (m_1 + m_2)u$.

Учитывая, что шарики летят перпендикулярными курсами, получим $(m_1v)^2 + (m_2v)^2 = \left[(m_1 + m_2)u\right]^2$.

Подставив $m_1 = \frac{4}{3}m_2$, получим $u = \frac{5}{7}v$.

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1v^2}{2} + \frac{m_2v^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} = Q = (m_1 + m_2)c\Delta T.$$

Подставив значения m_1 и v, получим $\Delta T = \frac{12v^2}{49c}$.

9. В вертикально расположенном цилиндре под поршнем массы $M = 10$ кг находится некоторое количество воздуха, воды и водяного пара при температуре $t = 100$ °C. В положении равновесия поршень отстоит от дна цилиндра на расстояние $h = 20$ см. Когда цилиндр расположили горизонтально, поршень занял новое положение равновесия, переместившись на расстояние $\Delta h = 3$ см от первоначального положения. Какая масса воды была на дне сосуда? Площадь поршня $S = 400$ см^2. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

Решение

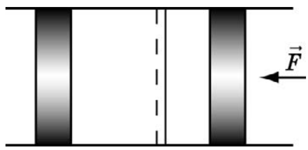
Так как при вертикальном положении цилиндра в сосуде имеется вода, водяной пар — насыщенный, и его давление $P_0 = 10^5$ Па. Избыточное давление, создаваемое поршнем, $\Delta p = \dfrac{Mg}{S} = 2{,}45 \cdot 10^3$ Па уравновешивается давлением воздуха, находящегося под поршнем. При горизонтальном положении цилиндра поршень уравновешивается полным давлением в сосуде, равным атмосферному. Так как в цилиндре есть воздух, давление водяного пар будет ниже атмосферного, и вся вода испарится. Давление воздуха мало по сравнению с атмосферным, поэтому давление водяного пара и во втором случае практически равно P_0, и, следовательно, масса испарившейся воды примерно равна массе насыщенного пара при температуре $T=373$ К в объеме $S\Delta h$: $m = \dfrac{\mu P_0 S \Delta h}{RT} = 0{,}7$ г.

Более точный расчет требует учета изменения давления воздуха: $\Delta P' = \dfrac{\Delta P h}{h + \Delta h} = 2{,}13 \cdot 10^3$ Па.

При этом для атмосферного давления следует взять более точную цифру: $P_0 = 1{,}0133 \cdot 10^5$ Па. Массу испарившейся воды тогда вычислим как разность масс (при температуре $T=373$ К), взятых в объеме $S(h+\Delta h)$ при давлении $P_0 - \Delta P'$ и в объеме Sh при давлении P_0:

$$\Delta m = \frac{\mu S}{RT}(P_0 \Delta h - \Delta P' h - \Delta P' \Delta h) = 0{,}59 \text{ г.}$$

10. В сосуде укреплена неподвижная перегородка, по обе стороны от которой помещают подвижные поршни (см. рис.). Левая часть сосуда содержит по 1 моль водорода и азота, правая часть — 3 моль воды. Температура системы $t=100$ °С. Перегородка проницаема для водорода и непроницаема для остальных газов. Определить силу F, которую надо приложить к правому поршню, чтобы удержать его в положении, при котором объем правой части сосуда составляет $V=81{,}6$ дм^3. Сечение сосуда $S=1000$ см^3. Атмосферное давление $P_0=10^5$ Па.



Решение

При температуре T=373 К давление насыщенного пара воды равно P_0 =10^5 Па. При таких условиях 3 моль газа должны занимать объем V=91,8 дм^3. Но вода находится в объеме $V_п$=81,6 дм^8; значит, она испарится не вся, и давление водяного пара равно P_0=10^5 Па. Сила F должна уравновесить силу давления водорода. Водород займет весь объем между поршнями; его давление $P_в = \dfrac{RT}{V_л + V_п}$, где $V_л$ — объем левой части сосуда. Азот останется в левой части; его давление $P_а = \dfrac{RT}{V_л}$. При написании этих уравнений учтено, что сосуд содержит по 1 моль азота и водорода. Общее давление в левой части сосуда $P_в + P_а = P_0$. Решая полученную систему уравнений, находим $P_в = 3 \cdot 10^4$ Па, F=300 Н.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Какое количество теплоты передает окружающим телам кирпичная печь массой 1,5 т при охлаждении от 30 °С до 20 °С?

$$c_{кирп} = 880 \frac{Дж}{кг \cdot К}.$$

Ответ: ____________________ кДж.

2. Какое количество теплоты необходимо для плавления 10 г серебра взятого при температуре плавления? Удельная теплота плавления серебра $1 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Ответ: ____________________ кДж.

3. Чтобы вымыть посуду, мальчик налил в таз 3 л воды при температуре 10 °С. Сколько литров кипятка нужно долить в таз, чтобы температура воды в нем стала равной 50 °С?

Ответ: ____________________ л.

4. Идеальный газ совершил работу 400 Дж и при этом его внутренняя энергия увеличилась на 100 Дж. Какое количество теплоты получил или отдал газ в этом процессе?

Ответ: ____________________ Дж.

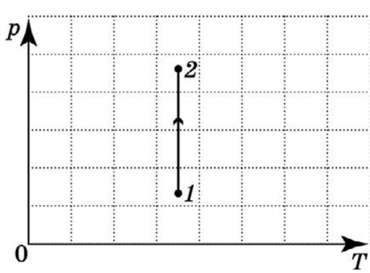
5. Тепловая машина за цикл работы получает от нагревателя 100 Дж и отдает холодильнику 40 Дж. Чему равен КПД тепловой машины?

Ответ: ____________________ %.

6. Одноатомный газ в количестве 6 молей поглощает количество теплоты Q. При этом температура газа повышается на 20 К. Работа, совершаемая газом в этом процессе, равна 1 кДж. Чему равно поглощаемое количество теплоты?

Ответ: ____________________ кДж.

7. Идеальный одноатомный газ переходит из состояния *1* в состояние *2* (см. диаграмму). Масса газа не меняется. Как изменяются при этом следующие три величины: давление газа, его объем и внутренняя энергия?



Для каждой величины подберите соответствующий характер изменения:

1) увеличивается
2) уменьшается
3) не изменяется

Давление газа	Объем газа	Внутренняя энергия

8. Установите соответствие между физическими величинами, характеризующими изотермический процесс сжатия воздуха:

1) увеличивается
2) уменьшается
3) не изменяется

Давление	Объем	Температура	Внутренняя энергия

9. В идеальном тепловом двигателе уменьшилась полезная мощность при неизменном количестве теплоты, получаемой за один цикл от нагревателя. Как при этом изменятся коэффициент полезного действия двигателя, количество теплоты, отдаваемое за один цикл холодильнику, и температура холодильника?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличилось
2) уменьшилось
3) не изменилось

Коэффициент полезного действия	Количество теплоты, отдаваемое холодильнику	Температура холодильника

10. В сосуде неизменного объема находится смесь сухого воздуха и насыщенного водяного пара. Температура понизилась, при этом произошла частичная конденсация пара. Как изменились в результате парциальное давление сухого воздуха, пара, а также давление смеси в сосуде?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличилось
2) уменьшилось
3) не изменилось

Парциальное давление сухого воздуха	Парциальное давление пара	Давление смеси

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Найти силу натяжения нити, соединяющей два одинаковых шарика радиуса r и массы m, имеющих одинаковые заряды q. Один из шариков плавает на поверхности жидкости плотности ρ, а второй находится в равновесии внутри жидкости. Расстояние между центрами шариков равно l, диэлектрическая проницаемость жидкости и воздуха равна 1.

Решение

Для вычисления силы натяжения T достаточно записать условие равновесия нижнего шарика. Вертикально вниз действуют две силы — сила тяжести и Кулоновская сила, вниз — сила натяжения и Архимедова сила:

$$mg+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=T+\frac{4\pi r^3}{3}\rho g.$$

Таким образом, $T=mg+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2}-\frac{4\pi r^3}{3}\rho g.$

2. Кольцо из проволок разрывается, если его зарядить зарядом q. Диаметр кольца и диаметр проволоки увеличили в три раза. Какой заряд следует сообщить новому кольцу, чтобы оно разорвалось?

Решение

Прочность прямо пропорциональна площади сечения проволок, то есть квадрату ее диаметра. Сила натяжения, обусловленная кулоновским взаимодействием, обратна квадрату диаметра кольца и прямо пропорциональна квадрату заряда (это видно из закона Кулона, в частности по соотношению размерностей). Таким образом, увеличив диаметр кольца и проволоки втрое и оставив заряд его без изменения, уменьшим тем самым в 9 раз силу натяжения и в 9 раз увеличим прочность. Поэтому разрыв нового кольца произойдет при увеличении заряда в 9 раз ($D_{1,2}$ — диаметр кольца, $d_{1,2}$ — диаметр проволоки): $\dfrac{\dfrac{q^2{}_1}{D^2{}_1}}{\dfrac{q^2{}_2}{D^2{}_2}} = \dfrac{d^2{}_1}{d^2{}_2} \Rightarrow \dfrac{q_2}{q_1} = \dfrac{d_2 D_2}{d_1 D_1} = 9.$

3. Вблизи отрицательно заряженной пластины плоского конденсатора образовался электрон вследствие столкновения молекулы воздуха с космической частицей. С какой скоростью электрон подлетит к положительно заряженной пластине, если заряд пластины 1 нКл, ее площадь 60 см^2, расстояние между пластинами 5 мм?

Р е ш е н и е

Образующийся при столкновении электрон начнет двигаться в однородном поле плоского конденсатора равноускоренно с начальной скоростью, равной нулю. Из уравнения равноускоренного движения $d = \dfrac{at^2}{2}$ находим время движения электрона от одной пластины до другой: $t = \sqrt{\dfrac{2d}{a}}$. Подставляя это выражение в формулу скорости $v=at$, получаем

$$v = a\sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{2ad}. \qquad (1)$$

По второму закону Ньютона ускорение движения электрона $a=\dfrac{F}{m}$, где m — масса электрона; $F=eE$ — электрическая сила, действующая на электрон со стороны поля конденсатора; e — заряд электрона;

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}$ — напряженность поля внутри конденсатора; $\sigma = \dfrac{q}{S}$ — поверхностная плотность заряда на пластинах конденсатора. Принимая во внимание эти выражения, перепишем формулу (1):

$$v = \sqrt{\frac{2eqd}{S\varepsilon\varepsilon_0 m}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-9} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-3} 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 5{,}76 \cdot 10^{6} \text{ м/с}.$$

4. На поверхности шара радиусом 2 см равномерно распределен положительный заряд 10^{-10} Кл. Электрон, находящийся очень далеко от шара, имеет начальную скорость $v_0=0$. С какой скоростью подойдет он к шару? (Масса электрона $m=9{,}11 \cdot 10^{-31}$ кг, а его заряд $e=-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл.)

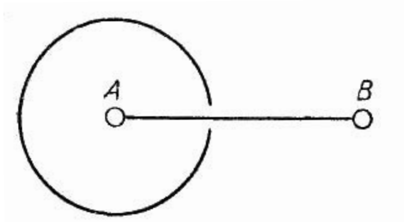
Решение

Из закона сохранения энергии получаем:

$$\frac{mv^2}{2} - W_0 - W = e(\varphi_0 - \varphi) = -e\frac{Q}{4\pi\varepsilon R}.$$

Следовательно, $v = \sqrt{-\dfrac{eQ}{2\pi\varepsilon_0 mR}}$, что после подстановки числовых значений дает $v=4000$ км/с.

5. Металлическая сфера, имеющая небольшое отверстие, заряжена положительным зарядом Q (см. рис.). Металлические шарики A и B соединены проволокой и расположены, как показано на рисунке. Радиус сферы равен R, радиус каждого шарика равен r, расстояние AB в десятки раз больше R. Найти заряды, индуцированные на шариках.

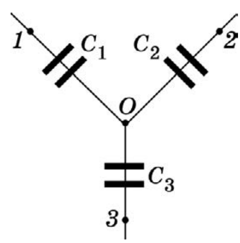


Решение

Так как шарик A находится внутри сферы и удален от шарика B, то $\varphi_A = \frac{Q'}{r} + \frac{Q}{R}$, где Q' — заряд шарика A. Так как шарик B удален от шарика A и от сферы, то $\varphi_B = -\frac{Q'}{r}$.

Наконец, так как шарики соединены проводящей проволокой, то $\varphi_A = \varphi_B$, т. е. $\frac{Q'}{r} + \frac{Q}{R} = -\frac{Q'}{r}$, откуда $Q' = -\frac{Qr}{2R}$. Знак полученного ответа показывает, что индуцированный заряд шарика A отрицателен, а шарика B — положителен.

6. Электрон, летящий со скоростью v_0, попадает в однородное поле заряженного конденсатора и вылетает из него под углом α (см. рис.). Найти напряженность поля конденсатора, зная длину l, массу электрона m и его заряд e.

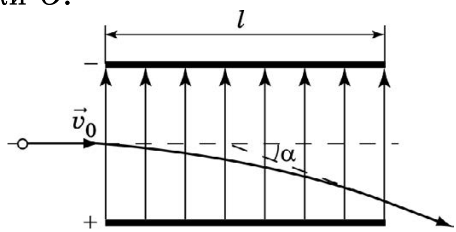


Решение

По выходе из конденсатора электрон будет иметь продольную скорость v_0 и поперечную скорость $v = at$, где a — ускорение электрона и t — время его движения в конденсаторе. Так как $a\frac{eE}{m}$ и $t=\frac{l}{v_0}$, то $v=\frac{eEl}{mv_0}$,

$\mathrm{tg}\alpha=\frac{v}{v_0}=\frac{eEl}{mv^2{}_0}$, $E=\frac{mv^2{}_0\mathrm{tg}\alpha}{el}$.

7. В некоторой цепи имелся участок, показанный на рис. Потенциалы точек 1, 2, 3 равны φ_1, φ_2, φ_3, а емкости конденсаторов равны C_1, C_2, C_3. Найти потенциал точки O.



Решение

Обкладки, примыкающие к узлу O, имеют заряды

$$Q_1=C_1(\varphi_1-\varphi),\quad Q_2=C_2(\varphi_2-\varphi),\quad Q_3=C_3(\varphi_3-\varphi),$$

где φ — потенциал точки O.

Следовательно, $C_1(\varphi_1-\varphi)+C_2(\varphi_2-\varphi)+C_3(\varphi_3-\varphi)=0$, откуда $\varphi=\frac{C_1\varphi_1+C_2\varphi_2+C_3\varphi_3}{C_1+C_2+C_3}$.

8. Конденсатор емкостью $C_0=20$ мкФ заряжают до разности потенциалов $V_0=400$ В и подключают к конденсатору емкости $C=1$ мкФ, в результате чего последний заряжается. Отключив этот конденсатор, заряжают таким же образом второй конденсатор той же емкости ($C=1$ мкФ), третий и т.д. Затем конденсаторы соединяют последовательно. Какую максимальную разность потенциалов можно получить таким способом?

Решение

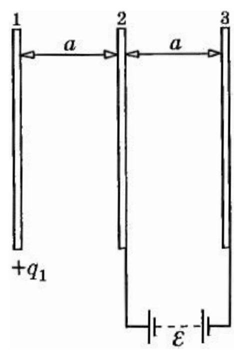
Начальный заряд конденсатора $q_0 = C_0V_0$. После подключения C заряд q_0 распределится между C_0 и C. После отсоединения C от C_0 на обоих конденсаторах будет разность потенциалов $V_1 = \frac{q_0}{C_0 + C} = \frac{C_0V_0}{C_0 + C}$. Оставшийся на C_0 заряд $q_1 = C_0V_1 = \frac{C^2{}_0V_0}{C_0 + C}$. Повторяя эту операцию, мы будем иметь набор конденсаторов, заряженных до напряжений V_1, V_2, V_3, ..., где V_n (n = 1, 2, 3, ...) легко определить, пользуясь методом математической индукции: $V_n = C_0V_0\left(\frac{C_0}{C_0 + C}\right)^n$. Общее напряжение

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots = \frac{C_0V_0}{C_0 + C}\left(1 + \frac{C_0}{C_0 + C} + \frac{C^2{}_0}{(C_0 + C)^2} + \ldots\right).$$

Просуммировав получившуюся геометрическую прогрессию, определим максимальную разность потенциалов:

$$V = \frac{C_0V_0}{C} = 8000\ \text{В}.$$

9. Три металлические пластины площадью S каждая расположены параллельно на расстояниях d друг от друга (см. рис.). На первой пластине имеется положительный электрический заряд q_1, между первоначально незаряженными второй и третьей пластинами включена батарея с ЭДС ε. Найдите заряды q_2 и q_3 на пластинах 2 и 3.



Решение

Заряды q_2 и q_3 сумме равны нулю (по закону сохранения электрического заряда): $q_2 + q_3 = 0$, $q_2 = -q_3 = q$.

Напряжение U между пластинами равно ЭДС батареи: $U = \varepsilon$.

Так как векторы напряженности E электрических полей, создаваемых зарядами q_1, q_2 и q_3, имеют между пластинами 2 и 3 одинаковое направление, то

$$U = (E_1 + E_2 + E_3)d = \left(\frac{q_1}{2S\varepsilon_0} + \frac{q}{2S\varepsilon_0} + \frac{q}{2S\varepsilon_0}\right)d.$$

Отсюда получаем: $\dfrac{q_1 d}{2S\varepsilon_0} + \dfrac{qd}{S\varepsilon_0}\xi$, $q = \dfrac{\varepsilon_0 S\xi}{d} - \dfrac{q_1}{2}$.

10. Плоский заряженный конденсатор с прямоугольными пластинами установлен в вертикальном положении так, что его пластины соприкасаются с диэлектрической жидкостью. Расстояние между пластинами гораздо меньше линейных размеров пластин. Известны: напряженность начального электрического поля E заряженного конденсатора, плотность ρ и диэлектрическая проницаемость жидкости, высота пластин конденсатора H. Определить высоту поднятия жидкости между пластинами и объяснить это явление. Капиллярностью пренебречь.

Решение

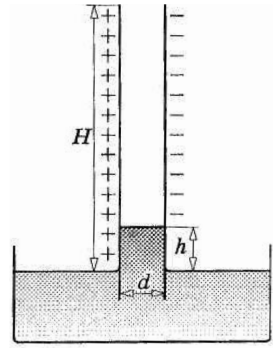
Причиной возникновения силы, поднимающей жидкость в зазоре между пластинами конденсатора, является неоднородность электростатического поля у края пластин конденсатора. Жидкость поляризуется, и на каждый ее диполь действует сила, втягивающая его в область более сильного поля, т.е. внутрь конденсатора. Конденсатор отключен от источника тока, заряд на его пластинах не изменяется.

$$Q_0 = C_0 U_0.$$

При поднятии жидкости на высоту h (см. рис.) общий заряд пластин сохраняется, а емкость C полученного конденсатора станет равной:

$$C = C_1 + C_2 = C_0\varepsilon\frac{h}{H} + C_0\frac{H-h}{H},$$

где H — высота пластин конденсатора. Энергия электрического поля такого конденсатора вместе с потенциальной энергией поднятой жидкости равна: $W = \frac{Q^2{}_0}{2C} + \frac{mgh}{2}$,



$$W = \frac{Q^2{}_0}{2C_0\left[\frac{\varepsilon h}{H} + \frac{H-h}{H}\right]} + \frac{\rho Hhdgh}{2} = \frac{Q^2{}_0 H}{2C_0\left[H + h(\varepsilon - 1)\right]} + \frac{\rho gHdh^2}{2},$$

где d — расстояние между пластинами, H — ширина каждой пластины конденсатора (считаем их для простоты квадратными).

Условие равновесия — минимальное значение энергии $W(h)$.

Для исследования функции $W(h)$ на минимум берем производную $W'(h)$ и приравниваем ее нулю. При этом высоту подъема жидкости обозначим h_1,

$$W'(h) = -\frac{Q^2{}_0 H(\varepsilon - 1)}{2C_0\left[H + h_1(\varepsilon - 1)\right]^2} + \rho gHdh_1 = 0,$$

$$\text{или } h_1\left[H + h_1(\varepsilon - 1)\right]^2 = \frac{Q^2{}_0(\varepsilon - 1)}{2C_0\rho dg}.$$

Введем обозначения:

$$\frac{h_1}{H} = \alpha, \quad \frac{Q^2{}_0(\varepsilon - 1)}{2C_0\rho g}\frac{1}{dH^3} = \frac{W_0(\varepsilon - 1)}{\rho gdH^3} = \frac{W_0}{W_{max}}\frac{\varepsilon - 1}{2} = A,$$

где W_{max} — потенциальная энергия жидкости, заполняющей весь конденсатор.

Подставляя эти обозначения в последнее уравнение, получаем кубическое уравнение относительно α:

$$\alpha\left[1 + \alpha(\varepsilon - 1\ )\right]^2 = A.$$

При небольших значениях α и ε приближенное решение этого уравнения $\alpha = A$, откуда

$$h_1 = H\frac{W_0}{W_{\max}}\frac{\varepsilon - 1}{2} = \frac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E^2{}_0}{2\rho g}.$$

Нет смысла вычислять это значение более строго, так как даже для воды ($\varepsilon = 81$), приняв $E_0 = 10^4$ В/м, получим: $h_1 = \dfrac{(81-1)\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 10^8}{2\cdot 10^3\cdot 10} = 4\cdot 10^{-6}$ м, что явно меньше влияния капиллярности и других эффектов. Видно также, что конденсатор не заполняется жидкостью целиком.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Сила, действующая в поле на заряд в $4\cdot 10^{-5}$ Кл, равна 20 Н. Чему равна напряженность поля в этой точке?

Ответ: ____________________ Н/Кл.

2. Как изменится напряжение на обкладках конденсатора, если расстояние между его обкладками увеличить в 2 раза?

Ответ: ____________________ раза.

3. В импульсной фотовспышке лампа питается от конденсатора емкостью 800 мкФ, заряженного до разности потенциалов 300 В. Чему равна энергия вспышки?

Ответ: ____________________ Дж.

4. Разность потенциалов между точками, лежащими на одной силовой линии на расстоянии 5 см друг от друга, равна 150 В. Найдите напряженность электростатического поля, если известно, что поле однородно.

Ответ: ____________________ кВ/м.

5. Плоский конденсатор емкостью C_0 заполняется диэлектриком. Одна половина конденсатора заполняется парафином с проницаемостью $\varepsilon_1=2{,}2$, а вторая плексигласом с проницаемостью $\varepsilon_2=3{,}4$. Во сколько раз изменится емкость конденсатора?

Ответ: ____________________ раз.

6. Конденсатор, электрическая емкость которого $C_1=5$ мкФ, заряжен так, что разность потенциалов между пластинами $U_1=100$ В. Второй конденсатор $C_2=10$ мкФ имеет разность потенциалов между пластинами $U_2=50$ В. Одноименно заряженные пластины конденсаторов попарно соединили проводниками. Чему равен модуль разности потенциалов между пластинами каждого конденсатора?

Ответ: ____________________ В.

7. Емкость плоского воздушного конденсатора равна C, напряжение между его обкладками U, расстояние между обкладками d. Чему равны заряд конденсатора и модуль напряженности электрического поля между его обкладками?

Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ	ФОРМУЛА	
А) заряд конденсатора	1) $\dfrac{U}{2d}$	3) CU
Б) модуль напряженности поля	2) $\dfrac{CU^2}{2}$	4) $\dfrac{U}{d}$

Ответ:

А	Б

8. Плоский воздушный конденсатор зарядили до некоторой разности потенциалов и отключили от источника тока, а затем уменьшили расстояние между его пластинами.

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Заряд на обкладках конденсатора	Электроемкость конденсатора	Энергия электрического поля конденсатора

9. Установите соответствие между определением физической величины и названием величины, к которому оно относится.

1) диэлектрическая проницаемость среды
2) напряженность поля
3) потенциал поля
4) плотность энергии поля
5) электроемкость
6) энергия поля конденсатора

Отношение силы, с которой поле действует на точечный заряд, к этому заряду	Отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между этим проводником и соседним

10. Установите соответствие между техническими устройствами и явлениями, лежащими в основе их работы.

1) взаимодействие заряженных тел
2) взаимодействие проводников с током
3) движение проводника с током в магнитном поле
4) движение заряда в электрическом поле

Амперметр	Электрометр

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Какое количество электронов проходит через поперечное сечение проводника площадью 1 мм^2 за 2 мин, если плотность тока в проводнике 150 А/см^2?

Решение

Количество электронов, проходящих через поперечное сечение проводника, равно отношению заряда, прошедшего через данное поперечное сечение, к заряду электрона: $n=\frac{Q}{e}$. За время t через сечение проводника при токе $I=jS$ проходит заряд: $Q=jSt$.

Подставим в формулу для расчета количества электронов $n=\frac{jSt}{e}$.

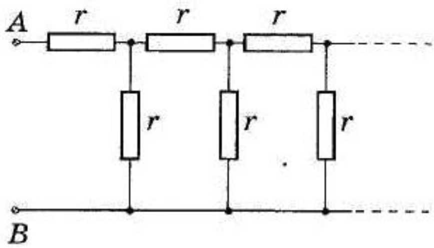
Вычисления: $n=\frac{150\cdot 10^4\cdot 10^{-6}\cdot 120}{1{,}6\cdot 10^{-19}}=1{,}15\cdot 10^{21}$.

2. Стрелка миллиамперметра отклоняется до конца шкалы, если через миллиамперметр идет ток $I=0{,}01$ А. Сопротивление прибора $R=5$ Ом. Какое добавочное сопротивление $R_д$ нужно присоединить к прибору, чтобы его можно было использовать в качестве вольтметра с пределом измерения напряжений $V=300$ В?

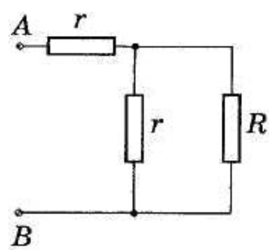
Решение

Для измерения прибором напряжений, не превышающих V, необходимо последовательно с ним включить такое добавочное сопротивление $R_д$, чтобы $V=I(R+R_д)$, где I — максимальный ток через прибор; отсюда $R_д = \dfrac{V}{I} - R \approx 30$ кОм.

3. Из одинаковых резисторов с электрическим сопротивлением 1 Ом каждого составлена электрическая цепь (см. рис.). Каким будет электрическое сопротивление цепи между точками A и B при неограниченном увеличении числа звеньев цепи?



Решение



Электрическое сопротивление цепи из одного звена равно 2 Ом, подключение каждого следующего звена уменьшает общее сопротивление цепи, так как сопротивление 2 Ом включается параллельно части цепи. Обозначим общее сопротивление цепи при очень большом числе n звеньев R. Тогда общее сопротивление цепи при добавлении еще одного звена также равно R (см. рис.).

$$r = \frac{Rr}{R+r} = R, \quad Rr + r^2 + Rr - R^2 - Rr = 0, \quad R^2 - Rr - r^2 = 0,$$

$$R = \frac{r \pm \sqrt{r^2 + 4r^2}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} r.$$

Электрическое сопротивление цепи имеет только положительное значение, поэтому: $R = \dfrac{r + r\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}62$ Ом.

4. Вольтметр рассчитан на измерение напряжений до максимального значения $V_0=30$ В. При этом через вольтметр идет ток $I=10$ мА. Какое добавочное сопротивление $R_д$ нужно присоединить к вольтметру, чтобы им можно было измерять напряжения до $V=150$ В?

Решение

Для измерения вольтметром более высоких напряжений, чем те, на которые рассчитана шкала, необходимо включить последовательно с вольтметром добавочное сопротивление $R_д$. Напряжение на этом сопротивлении $V_д=V-V_0$; поэтому сопротивление $R_д=(V-V_0)/I=12$ кОм.

5. Аккумулятор замкнули сначала на одно сопротивление, потом — на другое и затем — на оба, соединенные последовательно. В первом случае ток был равен 3 А, во втором — 2 А и в третьем — 1,5 А. Какой ток будет проходить через аккумулятор при параллельном соединении этих сопротивлений?

Решение

Из уравнений $I_1=\dfrac{\xi}{R_1+r}$; $I_2=\dfrac{\xi}{R_2+r}$; $I_3=\dfrac{\xi}{R_1+R_2+r}$,
где $I_1=3$ А, $I_2=2$ А, $I_3=1{,}5$ А, получаем

$$R_1=\frac{\xi}{6}\text{ Ом},\ R_2=\frac{\xi}{3}\text{ Ом},\ R_3=\frac{\xi}{6}\text{ Ом}.$$

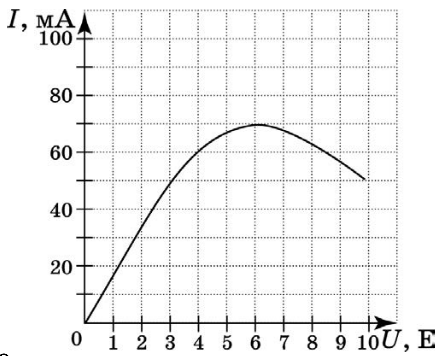
Следовательно, $\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}+r=\dfrac{5\xi}{18}$ Ом, $I=\dfrac{\xi}{\frac{5\xi}{18}}=3{,}6$ А.

6. К источнику тока с ЭДС $\xi=8$ В подключена нагрузка. Напряжение на зажимах источника $V=6{,}4$ В. Найти КПД схемы.

Решение

КПД — это отношение полезной работы (мощности) ко всей затраченной работе (полной мощности). Полезной мощностью в данном случае является мощность, выделяемая на нагрузке, $N_1=IV$, где I — ток в цепи. Так как ЭДС ξ по определению представляет собой полную работу, совершаемую источником тока при перемещении по цепи единичного заряда, а в единицу времени через сечение проводника проходит заряд, численно равный I, то полная мощность источника тока равна $N_2=\xi I$. Таким образом, КПД схемы $\eta=\frac{N_1}{N_2}=\frac{V}{\xi}=0{,}8$, т.е. $\eta=80\%$.

7. На рисунке представлен график зависимости силы тока от напряжения на нелинейном резисторе. Определите силу тока в цепи при подключении этого резистора к источнику тока с ЭДС 10 В и внутренним сопротивлением 100 Ом.



Решение

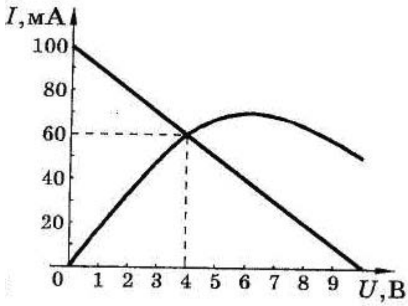
При подключении резистора с электрическим сопротивлением R к источнику тока с ЭДС и внутренним сопротивлением r сила тока I в цепи равна: $I=\frac{\xi}{R+r}$.

Напряжение U на резисторе равно: $U=\xi-Ir$.

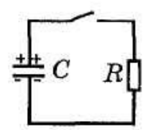
При любых изменениях электрического сопротивления R на внешнем участке сила тока I в цепи связана с напряжением U на внешнем участке цепи и внутренним сопротивлением r источника уравнением:

$$I=\frac{\xi-U}{r}.$$

Это уравнение прямой, пересекающей ось абсцисс в точке $I=0$, $U=\xi$ и ось ординат в точке $U=0$, $I=\dfrac{\xi}{r}$.

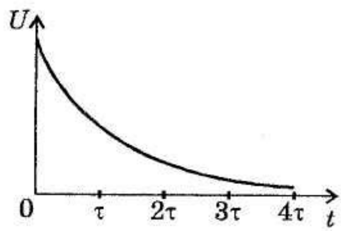


Проведем эту прямую (см. рис.). Точка пересечения прямой с графиком $I(U)$ для резистора дает значения силы тока I_0 в цепи и напряжения U_0 на резисторе:



$$I=\frac{\xi}{r}=0{,}1\ \text{А},\quad U=\xi=10\ \text{В},\quad I_0\approx 0{,}06\ \text{А},\quad U_0\approx 4\ \text{В}.$$

8. Оцените время τ разрядки конденсатора (см. рис) после замыкания ключа. Как выглядит график зависимости от времени напряжения U на конденсаторе?



Решение

По мере уменьшения напряжения на конденсаторе уменьшается и сила тока i, т.е. разрядка идет все медленнее. Под временем разрядки понимают время заметного изменения напряжения (скажем, вдвое). Оценить это время можно, например, методом размерностей:

τ может зависеть лишь от R, C и, возможно, от начального напряжения U_0 на конденсаторе. Единицы измерения этих величин соответственно: 1 Ом, 1 Ф=1 Кл/В=1 с/Ом и 1 В. Из этих величин можно построить величину с размерностью времени единственным способом — умножить R на C. Следовательно, $\tau \sim RC$. Как видим, время разрядки не зависит от начального напряжения. Можно получить тот же результат и иначе: выделившееся за время τ количество теплоты $i^2R\tau$ должно быть сравнимо с начальной энергией заряженного конденсатора $CU_0{}^2/2$. Считая $i \sim U_0/R$, получаем тот же результат: $\tau \sim RC$.

Точный закон убывания напряжения на конденсаторе имеет вид $U = U_0 e^{\frac{-t}{RC}}$. За время, равное RC, напряжение убывает в $e \approx 2{,}7$ раз; за время 5 — в 150 раз; за 10 — в 22 000 раз.

9. Определить заряд конденсатора C_3, включенного в электрическую цепь, представленную на рисунке, если внутреннее сопротивление батареи можно считать бесконечно малым.

Решение

Для нахождения заряда на обкладках конденсатора C_3 необходимо найти напряжение на конденсаторе U_BD. Так как внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало, то по закону Ома для полной цепи можно записать уравнение для цепи $\xi ABC\xi$.

$$I = \frac{\xi}{R_1 + R_2}.$$

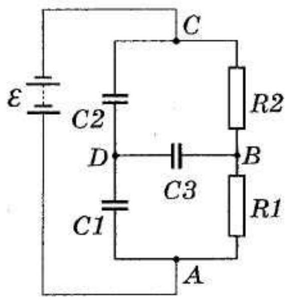
Отсюда $U_{AB} = R_1 I = \dfrac{R_1\xi}{R_1 + R_2}$, $U_{BC} = R_2 I = \dfrac{R_2\xi}{R_1 + R_2}$.

В замкнутом контуре $\xi ABC\xi$ ЭДС батареи равна сумме напряжений на конденсаторах C_1 и C_2:

$$\xi = U_1 + U_2 = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}.$$

Отсюда $q_1 = \xi C_1 - \dfrac{q_2 C_1}{C_2}$.

По закону сохранения заряда сумма зарядов трех обкладок конденсаторов C_1, C_2 и C_3, соединенных в точке D, равна нулю. Обозначив заряды верхних (по схеме) обкладок конденсаторов C_1 и C_2 соответственно через q_1 и q_2, а заряд правой обкладки конденсатора C_3 через q_3, получим: $q_1 - q_2 - q_3 = 0$.



В замкнутом контуре $BCDB$ нет источника ЭДС, напряжение на резисторе R_2 равно сумме напряжений на обкладках конденсаторов C_3 и C_2: $U_{BC} = U_{BD} + U_{DC}$.

Напряжение между точками B и C равно:

$$U_{BC} = \frac{q_2}{C_2} - \frac{q_3}{C_3}.$$

Отсюда $q_2 = U_{BC} C_2 + q_3 \dfrac{C_2}{C_3}$, $q_1 = \xi C_1 - U_{BC} C_1 - q_3 \dfrac{C_1}{C_3}$.

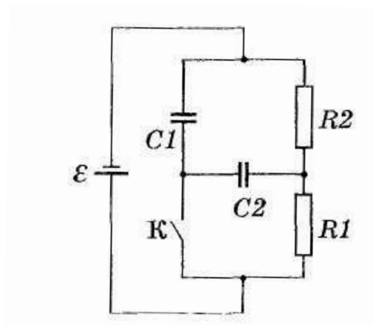
Подставляя в уравнение $q_1 = q_2 + q_3$ найденные выражения для q_1 и q_2, получим:

$$\xi C_1 - U_{BC} C_1 - q_3 \frac{C_1}{C_3} = U_{BC} C_2 + q_3 \frac{C_2}{C_3} + q_3,$$

$$q_3 \left(\frac{C_1}{C_3} + \frac{C_2}{C_3} + 1 \right) = \xi C_1 - U_{BC} C_1 - U_{BC} C_2,$$

$$q_3 = \frac{\xi C_1 - U_{BC}(C_1 + C_2)}{\dfrac{C_1}{C_3} + \dfrac{C_2}{C_3} + 1} = \frac{\xi C_1 - \dfrac{R_2 \xi}{R_1 + R_2}(C_1 + C_2)}{\dfrac{C_1}{C_3} + \dfrac{C_2}{C_3} + 1}.$$

10. Определить, какой заряд Δq протечет через ключ K при его замыкании (см. рис.).



Решение

До включения: $\dfrac{q_1}{C_1} + \dfrac{q_2}{C_2} = \dfrac{\xi R_2}{R_1 + R_2}$, $|q_1| = |q_2| = q$,

$$\frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = \frac{\xi R_2}{R_1 + R_2}, \quad q = \frac{\xi R_2 C_1 C_2}{(C_1 + C_2)(R_1 + R_2)}.$$

После замыкания ключа: $\dfrac{q_1'}{C_1} = \xi$, $\dfrac{q_2'}{C_2} = \dfrac{\xi R_1}{R_1 + R_2}$, $q_1' = \xi C_1$, $q_2' = \dfrac{\xi R_1 C_2}{R_1 + R_2}$.

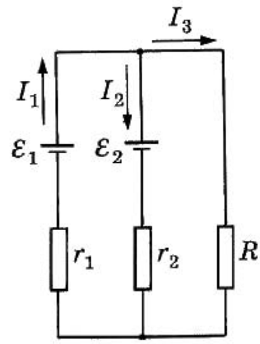
Заряды q'_1 и q'_2 одноименные, заряды q_1 и q_2 разноименные и одинаковые по модулю. Следовательно, при замыкании ключа протечет заряд:

$$\Delta q = q_1' + q_2' = \xi C_1 + \frac{\xi R_1 C_2}{R_1 + R_2} = \frac{\xi C_1 (R_1 + R_2) + \xi R_1 C_2}{R_1 + R_2}.$$

11. Аккумулятор с ЭДС, равной 9 В, и внутренним сопротивлением 0,2 Ом заряжается от генератора с ЭДС 12 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом. Параллельно аккумулятору включена электрическая лампа сопротивлением 2 Ом. Определить силу тока в цепи генератора и в цепи лампы.

Решение

Схема включения генератора, аккумулятора и лампы представлена на рисунке, где ξ_1 — ЭДС генератора, r_1 — его внутреннее сопротивление, ξ_2 — ЭДС аккумулятора, r_2 — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление лампы.



Предположим, что токи в цепи имеют направления, указанные на рисунке. Сумма ЭДС источников в любом замкнутом контуре равна сумме падений напряжения на элементах этой цепи. На этом основании с учетом направления токов и полярности включения источников можно составить уравнения: $\xi_1 - \xi_2 = I_1 r_1 + I_2 r_2$, $\xi_1 = I_3 R + I_1 r_1$.

По первому правилу Кирхгофа сумма сил токов в узле должна быть равной нулю, или $I_1 = I_2 + I_3$.

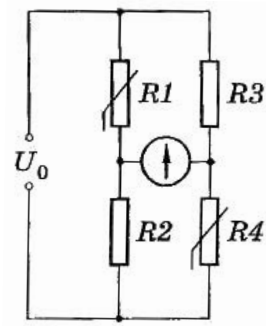
Решая систему уравнений, получаем:

$$\xi_1 - \xi_2 = I_1 r_1 + I_1 r_2 - (\xi_1 - I_1 r_1)\frac{r_2}{R}, \ I_3 = \frac{\xi_1 - I_1 r_1}{R},$$

$$\xi_1 - \xi_2 = I_1 r_1 + I_2 r_2 - (\xi_1 - I_1 r_1)\frac{r_2}{R}, \ I_1 = \frac{R(\xi_1 - \xi_2) + \xi_1 r_2}{R(r_1 + r_2) + r_1 r_2},$$

$$I_1 = \frac{2 \cdot 3 + 12 \cdot 0{,}2}{2 \cdot 0{,}3 + 0{,}02} = 13{,}55 \text{ А}, \quad I_3 = \frac{12 - 13{,}55 \cdot 0{,}1}{2} \approx 5{,}32 \text{ А}.$$

12. Схема, изображенная на рисунке, состоит из двух одинаковых резисторов R_2 и R_3 сопротивлением R каждый и двух одинаковых нелинейных резисторов R_1 и R_4, вольтамперная характеристика которых имеет вид $U = \alpha I_2$ (где α — известный постоянный коэффициент). При каком напряжении источника питания U_0 сила тока через гальванометр равна нулю?



Решение

Мост будет сбалансирован, и через гальванометр не будет идти ток, если между напряжениями на резисторах выполняется соотношение

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{U_3}{U_4}. \qquad (1)$$

Так как $U_1=\alpha I^2$, $U_2=IR$, $U_3=IR$, $U_4=\alpha I^2$, то условие (1) можно записать так:

$$\frac{\alpha I^2}{IR}=\frac{IR}{\alpha I^2}.$$

Отсюда $I=\dfrac{R}{\alpha}$. (2)

Следовательно, $U_0=U_1+U_2=\alpha I^2+RI=2\dfrac{R^2}{\alpha}$.

13. При движении трамвая по горизонтальному участку пути с некоторой скоростью его двигатель потребляет ток $I_1=100$ А. КПД двигателя $\eta=0{,}9$. При движении трамвая по наклонному участку пути вниз с той же скоростью двигатель тока не потребляет. Какой ток будет потреблять двигатель при движении трамвая по тому же участку пути вверх с той же скоростью? При решении задачи учесть, что КПД двигателя зависит от потребляемого тока.

Решение

Обозначим через U_0 напряжение в контактной сети. При движении трамвая по горизонтальному участку дороги мощность, потребляемая двигателем от сети, равна U_0I_1. Часть этой мощности теряется, т.е. идет на нагрев обмотки двигателя и контактных проводов.

Эта часть мощности равна I^2_1R (где R — общее сопротивление цепи). Поэтому КПД равен:

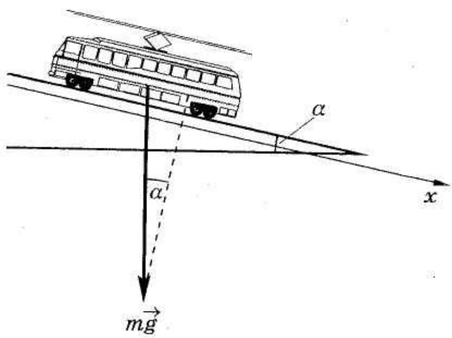
$$\eta = \frac{U_0I_1 - I^2_1R}{U_0I_1} = 1 - \frac{I_1R}{U_0}. \qquad (1)$$

Так как трамвай движется с постоянной скоростью, то полезная мощность ηU_0I_1 равна абсолютному значению мощности сил сопротивления F_cv:

$$\eta U_0I_1 = F_cv, \qquad (2)$$

где v — скорость трамвая.

При движении вниз по наклонному участку с постоянной скоростью v двигатель выключен и абсолютное значение мощности сил сопротивления F_cv равно мощности силы тяжести (см. рис.):



$$F_cv = mgv\sin\alpha, \qquad (3)$$

где α — угол наклона горы.

Сопоставляя равенства (2) и (3), получаем:

$$mgv\sin\alpha = \eta U_0I_1. \qquad (4)$$

При движении вверх по этому же участку горы энергия, потребляемая из сети, расходуется на нагрев проводов и совершение работы против сил сопротивления и силы тяжести. Поэтому

$$U_0I_2 = I^2_2R + F_cv + mgv\sin\alpha. \qquad (5)$$

Учитывая (2) и (4), можно это уравнение записать так:

$$U_0I_2 = I^2{}_2R + \eta U_0I_1 + \eta U_0I_1, \quad I^2{}_2\frac{R}{U_0} - I_2 + 2\eta I_1 = 0.$$

Найдя из равенства (1) отношение $\frac{R}{U_0}$ и подставив его в последнее уравнение, получаем:

$$I^2{}_2(1-\eta) - I_1I_2 + 2\eta I^2{}_1 = 0. \qquad (6)$$

Далее решаем это квадратное уравнение относительно I_2:

Подставляя сюда численные значения всех величин, находим два возможных значения для силы тока I_2:

$$I_2 = 765 \text{ А}, \ I_2 = 235 \text{ А}.$$

Неоднозначность ответа связана с тем, что одна и та же мощность потребляется двигателями при двух различных механических нагрузках и, соответственно, при двух значениях скорости вращения якоря. С помощью редукторных передач эта скорость выбирается так, чтобы сила тока, потребляемого двигателем из сети, была наименьшей из возможных.

14. Два гальванических элемента соединены параллельно и замкнуты на внешнее сопротивление R. $\xi_1=10$ В, $\xi_2=6$ В, $r_1=r_2=1$ Ом, $R=0{,}5$ Ом. Какая мощность расходуется внутри элементов на выделение тепла?

Решение

Так как $r = \frac{r_1r_2}{r_1+r_2} = 0{,}5\text{ Ом}$, $\xi = r\left(\frac{\xi_1}{r_1} + \frac{\xi_2}{r_2}\right) = 8\text{ В}$, то

$$I = \frac{\xi}{R+r} = 8\text{ А}, \quad I_1 = \frac{\xi_1 - IR}{r_1} = 6\text{ А},$$

$$I_2 = \frac{\xi_2 - IR}{r_2} = 2\text{ А}, \quad N_1 = I^2{}_1r_1 = 36\text{ Вт},$$

$$N_2 = I^2{}_2 r_2 = 4\,\text{Вт},\ \ N = N_1 + N_2 = 40\,\text{Вт}.$$

15. Никелирование металлического изделия с поверхностью $S=120$ см^2 продолжалось время $t=5$ ч при токе $I=0{,}3$ А. Валентность никеля $z=2$, атомная масса $A=58{,}7$, плотность $\rho=9$ г/см^3. Определить толщину слоя никеля.

Решение

Масса никеля, выделившегося на поверхности изделия, $m=\dfrac{AQ}{zF}=1{,}65$ г. С другой стороны, $m=S\rho d$. Следовательно, $d=\dfrac{m}{\rho S}=1{,}53\cdot 10^{-3}$ см.

16. Из одного пункта в другой передается электроэнергия, питающая установку мощности $N=62$ кВт. Сопротивление проводов линии $R=5$ Ом. Найти падение напряжения в линии, потери мощностей в ней и КПД передачи, если передача осуществляется при напряжениях $V_1=6200$ В и $V_2=620$ В.

Решение

При напряжении на зажимах источника тока V и силе тока в линии I мощность источника $IV = I^2R + N$; отсюда ток в линии $I = (\dfrac{1}{2R})(V \pm \sqrt{V^2 - 4NR})$.

Два значения тока соответствуют двум возможным сопротивлениям нагрузки, при которых на нагрузке выделяется одна и та же мощность. Знак минус перед корнем соответствует меньшему току, а следовательно, и меньшим потерям мощности в линии. Падение напряжения и потери мощности в линии

$$V' = IR = \frac{1}{2}(V \pm \sqrt{V^2 - 4NR}),$$

$$N' = IV' = \frac{1}{2}(V^2 - 2NR \pm V\sqrt{V^2 - 4NR}).$$

КПД передачи (отношение мощности, потребляемой установкой, к мощности, отдаваемой источником в линию) $\eta = \frac{N}{IV} = \frac{IV - N'}{IV} = \frac{V - V'}{V} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\sqrt{V^2 - 4NR}}{V}\right)$.

При $V = V_1 = 6200$ В падение напряжения и потери мощности в линии $V' = 50$ В (или 6150 В) и $N' = 508$ Вт (или 7,6 МВт); КПД передачи равно 99,8% (или 0,8%). Цифры в скобках соответствуют большему значению тока. При $V = V_2 = 620$ В под корнем получается отрицательное число. Это значит, что при сопротивлении линии $R = 5$ Ом в этом случае нельзя получить требуемую мощность ни при каком значении сопротивления нагрузки.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Полностью разряженный аккумулятор емкостью 60 А·ч должен заряжаться от сети с напряжением 8 В в течение 50 ч. Его внутреннее сопротивление 1 Ом. Какова электродвижущая сила аккумулятора?

Ответ: ____________________ В.

2. Какую работу совершает электрический ток в электродвигателе настольного вентилятора за время $t = 30$ с, если при напряжении $U = 220$ В сила тока в двигателе $I = 0{,}1$ А?

Ответ: ____________________ Дж.

3. Кусок проволоки сопротивлением $R = 80$ Ом разрезали на четыре равные части и полученные части соединили параллельно. Каково сопротивление соединенной таким образом проволоки?

Ответ: ____________________ Ом.

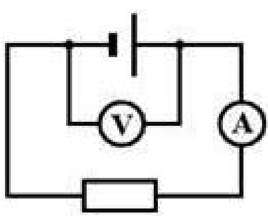
4. В проводнике сопротивлением 20 Ом сила тока 15 А. Найдите количество теплоты, выделяемое в проводнике за минуту.

Ответ: ____________________ кДж.

5. При коротком замыкании выводов аккумулятора сила тока в цепи равна 2 А. При подключении к выводам аккумулятора электрической лампы электрическим сопротивлением 3 Ом сила тока в цепи равна 0,5 А. По результатам этих экспериментов определите внутреннее сопротивление аккумулятора.

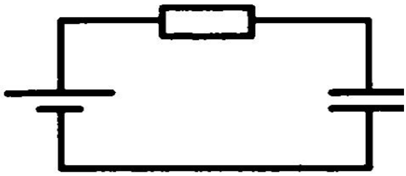
Ответ: ____________________ Ом.

6. При изучении закона Ома для полной электрической цепи ученик исследовал зависимость напряжения на полюсах источника тока от силы тока во внешней цепи (см. рис.). Внутреннее сопротивление источника не зависит от силы тока. Сопротивление вольтметра бесконечно велико, сопротивление амперметра пренебрежимо мало. При силе тока во внешней цепи 1 А вольтметр показывал напряжение 4,4 В, а при силе тока 2 А — напряжение 3,3 В. Какую силу тока покажет амперметр при показаниях вольтметра, равных 1,0 В?



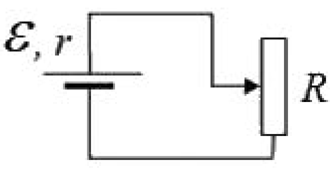
Ответ: ____________________ А.

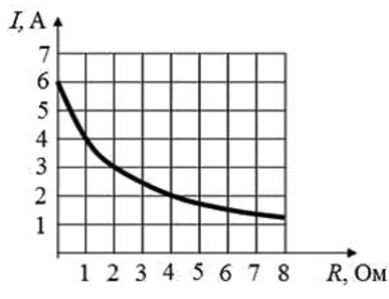
7. Источник постоянного напряжения с ЭДС 100 В подключен через резистор к конденсатору, расстояние между пластинами которого можно изменять (см. рис.). Пластины раздвинули. Какая работа была совершена против сил притяжения пластин, если за время движения пластин на резисторе выделилось количество теплоты 10 мкДж и заряд конденсатора изменился на 1 мкКл? Потерями на излучение пренебречь.



Ответ: ____________________ мкДж.

8. Реостат подключен к источнику тока с ЭДС ε и внутренним сопротивлением *r* (см. рис.). Зависимость *I* (*R*) силы тока в цепи от сопротивления реостата представлена на графике. Найдите сопротивление реостата, при котором мощность *P* тока, выделяемая на внутреннем сопротивлении источника, равна 8 Вт.





Ответ: ____________________ Ом.

9. Через аккумулятор с ЭДС 10 В и внутренним сопротивлением 1 Ом течет ток 5 А. Найдите напряжение на зажимах источника.

Ответ: ____________________ В.

10. Два вольтметра, соединенных последовательно, подключены к источнику тока и показывают 8 и 4 В. Если подключить к источнику только второй вольтметр, он покажет 10 В. Чему равна ЭДС источника?

Ответ: ____________________ В.

11. К концам длинного однородного проводника приложено напряжение U. Провод укоротили вдвое и приложили к нему прежнее напряжение U. Какими станут при этом сила и мощность тока, сопротивление проводника? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Сила тока в проводнике	Мощность тока	Сопротивление проводника

12. К источнику постоянного тока была подключена одна электрическая лампа. Что произойдет с напряжением на этой лампе, мощностью тока на ней и силой тока в ней при подключении последовательно с этой лампой второй такой же лампы? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличилась
2) уменьшилась
3) не изменилась

Сила тока в проводнике	Мощность тока	Сопротивление проводника

13. Два резистора с сопротивлениями R_1 и R_2 параллельно подсоединили к клеммам батарейки для карманного фонаря. Напряжение на клеммах батарейки — U, сила тока I. Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

А) сила тока через батарейку

Б) напряжение на резисторе с сопротивлением R_1

ФОРМУЛЫ

1) $\dfrac{U(R_1+R_2)}{R_1R_2}$

2) $U(R_1 + R_2)$

3) $\dfrac{U}{R_1+R_2}$

4) U

Ответ:

А	Б

14. К источнику постоянного тока были подключены последовательно электрическая лампа накаливания и полупроводниковый терморезистор. Что произойдет с электрическим сопротивлением нити лампы, напряжением на ней и с электрическим сопротивлением полупроводникового терморезистора при уменьшении силы тока в цепи? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличилась
2) уменьшилась
3) не изменилась

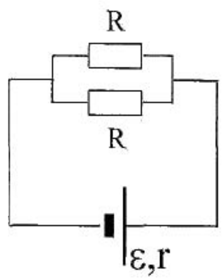
Электрическое сопротивление лампы	Электрическое сопротивление полупроводникового термистора

15. К источнику постоянного тока были подключены последовательно электрическая лампа накаливания и полупроводниковый терморезистор. Что произойдет с электрическим сопротивлением нити лампы, напряжением на ней и с электрическим сопротивлением полупроводникового терморезистора при увеличении силы тока в цепи? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличилась
2) уменьшилась
3) не изменилась

Электрическое сопротивление лампы	Напряжение нити лампы	Электрическое сопротивление полупроводникового терморезистора

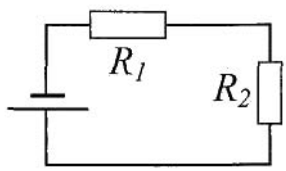
16. К источнику тока присоединены два одинаковых резистора, соединенных параллельно. Как изменятся общее сопротивление цепи, сила тока в цепи и напряжение на клеммах источника тока, если удалить один из резисторов. Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:



1) увеличилась
2) уменьшилась
3) не изменилась

Общее сопротивление цепи	Сила тока в цепи	Напряжение на источнике тока

17. Два резистора подключены к источнику тока с ЭДС ε и внутренним сопротивлением r (см. рис.). Напряжение на первом резисторе равно U_1, а на втором резисторе равно U_2. Чему равны сопротивления первого и второго резисторов? Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.



ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

А) сопротивление резистора R_1

Б) сопротивление резистора R_2

ФОРМУЛЫ

1) $r \cdot \dfrac{U_2}{\varepsilon - U_1 - U_2}$

2) $r \cdot \dfrac{\varepsilon - U_1 - U_2}{U_2}$

3) $r \cdot \dfrac{U_1}{\varepsilon - U_1 - U_2}$

4) $r \cdot \dfrac{\varepsilon - U_1 - U_2}{U_1}$

Ответ:

А	Б

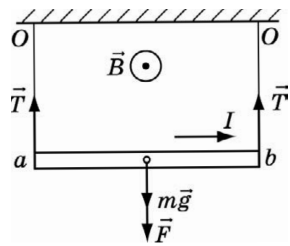
18. К источнику постоянного тока подключили резистор, электрическое сопротивление которого равно внутреннему сопротивлению источника тока. Как изменится сила тока в цепи, мощность тока на внешней цепи, напряжение на выходе источника тока, если последовательно с резистором подключить второй такой же резистор? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличилась
2) уменьшилась
3) не изменилась

Общее сопротивление цепи	Мощность тока на внешней цепи	Напряжение на источнике тока

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ



1. Прямой проводник ab длиной $I=0{,}2$ м и массой $m=5$ г подвешен горизонтально на двух невесомых нитях oa и ob в однородном магнитном поле. Магнитная индукция $B=49$ мТл и перпендикулярна к проводнику (см. рис.). Какой ток надо пропустить через проводник, чтобы одна из нитей разорвалась, если нить разрывается при нагрузке, равной или превышающей $mg=39{,}2$ мН?

Решение

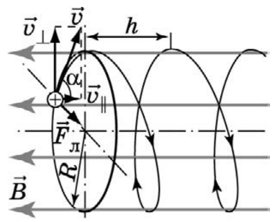
Если проводник находится в равновесии, то $2T-$ $-mg-F=0$; отсюда $T=\dfrac{(mg+F)}{2}$. Для разрыва одной из нитей необходимо выполнение условия

$$T=\frac{(mg+F)}{2}\geq Mg,\ \text{или}\ I\geq\frac{(2M-m)g}{Bl}=3\ \text{А}.$$

2. Протон влетает со скоростью $v=10^3$ м/с в однородное магнитное поле под углом $\alpha=60°$ к линиям индукции. Определить радиус и шаг спиральной линии, по которой будет двигаться протон, если модуль вектора индукции магнитного поля равен $B=10^{-3}$ Тл.

Решение

Если заряженная частица влетает в однородное магнитное поле так, что ее вектор скорости v направлен под углом α к вектору индукции B и действие всех сил, кроме силы Лоренца, ничтожно мало, частица начинает двигаться по винтовой линии. В этом нетрудно убедиться, разложив вектор скорости по направлению вектора B и направлению, ему перпендикулярному, на составляющие $\vec{v}_{II}$ и $\vec{v}_{\perp}$ (см. рис.).



Как видно из рисунка, модули составляющих равны: $v_{II} = v\cos\alpha$, $v_{\perp} = v\sin\alpha$. При том направлении векторов B и v, какое указано на рисунке, сила $F_{л}$ действует на протон перпендикулярно плоскости чертежа (на нас) и непрерывно изменяет направление составляющей $v_{\perp}$, сообщая частице в плоскости, перпендикулярной полю, нормальное ускорение $a_{н}$. В результате протон описывает в этой плоскости окружность некоторого радиуса R, поскольку B — const и $v_{\perp}$ =const. Если масса и заряд протона равны соответственно m и q, то

$$F_{л} = qv_{\perp}B = qvB\sin\alpha, \tag{1}$$

и в то же время по второму закону Ньютона

$$F_{л} = \frac{mv^{2}{}_{\perp}}{R} = \frac{mv^{2}\sin^{2}\alpha}{R}. \tag{2}$$

Вдоль линий индукции поля на протон никакие силы не действуют, следовательно, в этом направлении он движется прямолинейно с неизменной скоростью $v\cos\alpha$. В результате наложения прямолинейного движения на круговое протон описывает в пространстве винтовую линию. Шаг этой линии — расстояние, на которое смещается частица вдоль поля за один оборот, — равен:

$$h = v_{II}T = v\cos\alpha T, \tag{3}$$

где T — период обращения протона по кругу радиусом R. Этот период равен:

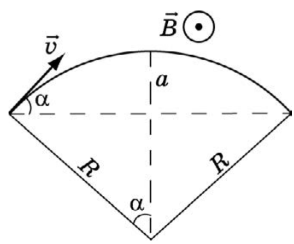
$$T = \frac{2\pi R}{v_\perp} = \frac{2\pi R}{v\sin\alpha}. \qquad (4)$$

В уравнениях (1) — (4) неизвестными являются $F_л$, R, h и T. Решая уравнения относительно искомых неизвестных R и h и подставляя числовые значения, получим:

$$R = \frac{mv\sin\alpha}{qB}; \quad R \approx 9\cdot 10^{-3}\text{ м};$$

$$h = \frac{2\pi mv\cos\alpha}{qB}; \quad h \approx 3{,}2\cdot 10^{-2}\text{ м}.$$

3. α-частица влетает в область однородного магнитного поля индукцией 43,7 мТл. Направление скорости α-частицы перпендикулярно линиям индукции поля и составляет угол 45° к границе области. Максимальное проникновение α-частицы в область магнитного поля равно 7 см. Найти скорость α-частицы (см. рис.).



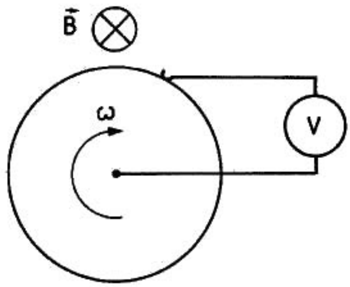
Р е ш е н и е

Сила Лоренца $F_л = qvB$ сообщает центростремительное ускорение, и α-частица будет двигаться по окружности, радиус которой можно найти из условия

$$F_л = qvB = ma_ц = m\frac{v^2}{R}, \quad R = \frac{mv}{qB}. \qquad (1)$$

Из рисунка видно, что $a = R - R\cos\alpha = R\,(l - \cos\alpha)$. (2)

Из уравнений (1) и (2) получим $v = \dfrac{qaB}{m(1-\cos\alpha)} = 500$ м/с.



4. В однородном магнитном поле индукцией 1,5 Тл вращается металлический диск радиусом 6 см. Через скользящие контакты к диску подключен вольтметр (см. рис.). С какой угловой скоростью вращается диск, если вольтметр показывает напряжение 0,54 В?

Решение

При вращении с угловой скоростью ω за время Δt диск поворачивается на угол $\varphi = \omega\Delta t$, что соответствует площади кругового сектора:

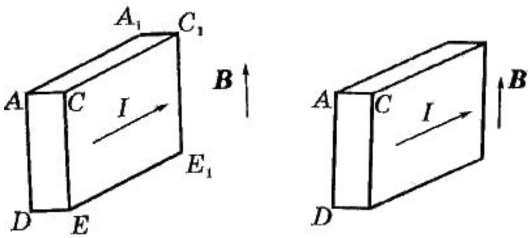
$$\Delta S = \frac{1}{2} r^2 \omega \Delta t, \qquad (1)$$

$$\xi_{\text{инд}} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -B\frac{\Delta S}{\Delta t} = B\frac{1}{2} r\omega^2. \qquad (2)$$

Опуская знак «минус» и считая $\xi_{\text{инд}} = U$, из уравнения (2) получим $\omega = \dfrac{2U}{Br^2} = 200\ \text{с}^{-1}$.

5. Металлическую полоску, по которой течет ток I, помещают в однородное магнитное поле с индукцией B (см. рис.). При этом между точками A и C возникает разность потенциалов (эффект Холла). Объяснить это явление. Найти разность потенциалов U_{AC}, если

$AC = a$, $AD = b$. Концентрация свободных электронов равна n.



Р е ш е н и е

При упорядоченном движении электронов на них действует сила Лоренца, отклоняющая электроны в сторону поверхности CC_1E_1E (см. рис.). В результате на этой поверхности накапливается отрицательный заряд, а на противоположной — положительный. Это приводит к появлению электрического поля, направленного от A к C.

Процесс разделения зарядов продолжается до тех пор, пока сила, действующая на электрон со стороны возникшего электрического поля, не скомпенсирует действие силы Лоренца: $eE = evB$ (здесь v — скорость упорядоченного движения электронов). Поскольку $U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C = Ea$ и $I = envS = envab$, получаем $U_{AC} = \dfrac{IB}{enb}$.

6. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 6 \cdot 10^{-2}$ Тл находится соленоид диаметром $d = 8$ см, имеющий $n = 80$ витков медной проволоки сечением $\sigma = 1$ мм^2. Соленоид поворачивают на угол $\alpha = 180°$ за время $t = 0{,}2$ с так, что его ось остается направленной вдоль линий индукции поля. Определить среднее значение электродвижущей силы, возникающей в соленоиде, и индукционный заряд, прошедший по соленоиду. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение

Изменить магнитный поток, пронизывающий контур, и возбудить в нем ЭДС индукции можно различными способами. Наиболее просто это сделать, повернув контур в магнитном поле так, чтобы изменился угол между нормалью к плоскости контура и направлением вектора B. Этот случай и имеет место в данной задаче.

При изменении магнитного потока, пронизывающего соленоид, состоящий из n витков, на $\Delta\Phi$ за время Δt, в нем индуцируется ЭДС $\xi = -n\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$. (1)

Если в исходном положении катушка была расположена так, что ось ее составляла с направлением поля угол α_1, то при повороте оси на угол α_2 магнитный поток, пронизывающий соленоид, изменится на величину

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = BS\cos(\alpha_1 + \alpha_2) - BS\cos\alpha_1,$$

где S — площадь поперечного сечения соленоида. По условию задачи ось катушки в исходном положении совпадала с направлением вектора B ($\alpha_1 = 0$), а угол поворота $\alpha_2 = 180°$. Изменение магнитного потока в этом случае максимальное и равное $\Delta\Phi = -2BS$. (2)

Подставляя выражение (2) в формулу (1) и учитывая, что сечение соленоида $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$, получим ответ на первый вопрос задачи: $\xi = \dfrac{\pi d^2 nB}{2\Delta t}$; $\xi \approx 0{,}24$ В.

При изменении магнитного потока на $\Delta\Phi$ в соленоиде индуцируется заряд $q = n\dfrac{\Delta\Phi}{R}$. (3)

Сопротивление обмотки соленоида $R = \dfrac{n\pi\rho d}{\sigma}$. (4)

Подставляя в формулу (3) вместо $\Delta\Phi$ и R их выражения (2) и (4), получим ответ на второй вопрос задачи:

$$q = \frac{\sigma d B}{2\rho};\ q = 1{,}4\ \text{Кл}.$$

Индуцированный заряд не зависит от скорости изменения магнитного потока и количества витков в соленоиде.

7. В магнитном поле с большой высоты падает кольцо, имеющее диаметр d и сопротивление R. Плоскость кольца все время горизонтальна. Найти установившуюся скорость падения кольца, если модуль индукции B магнитного поля изменяется с высотой H по закону $|B| = B_0\ (1 + \alpha H)$.

Решение

Так как после установления скорости кольца его кинетическая энергия не меняется, изменение потенциальной энергии должно быть равно тепловым потерям в кольце.

Если установившаяся скорость кольца равна v, то ЭДС индукции, возбуждаемой в кольце при его движении, по модулю равна $\xi = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Здесь Φ — магнитный поток, пронизывающий кольцо. Так как $\Phi = \dfrac{\pi d^2}{4} B = \dfrac{\pi d^2}{4} B_0 (1 + \alpha H)$, то $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{\pi d^2}{4} B_0 \dfrac{\Delta H \cdot \alpha}{\Delta t}$. Но $\dfrac{\Delta H}{\Delta t} = v$.

Поэтому $\xi = \dfrac{\pi d^2}{4} B_0 \alpha v$ и по кольцу идет ток,

$$I = \frac{\pi d^2 B_0 \alpha v}{4R}.$$

Если масса кольца равна m и за время t оно опускается на высоту h, то по закону сохранения энергии: $mgh = I^2 Rt$.

Так как $\dfrac{h}{t} = v$, то $mgv = I^2 R$, или $mgv = \dfrac{\pi^2 d^4 B^2{}_0 \alpha^2 v^2}{16}$.

Отсюда $v = \dfrac{16mg}{\pi^2 d^4 B^2{}_0 \alpha^2}$.

8. Заряд Q равномерно распределен по тонкому диэлектрическому кольцу, которое лежит на гладкой горизонтальной плоскости. Индукция магнитного поля, перпендикулярного плоскости кольца, меняется от 0 до B_0. Какую угловую скорость вращения приобретает при этом кольцо? Масса кольца равна m.

Решение

При изменении магнитного поля возникает вихревое электрическое поле, напряженность которого в каждой точке кольца направлена по касательной к кольцу. На заряды кольца в этом поле действуют силы, благодаря которым кольцо приходит в движение. Изменение кинетической энергии кольца за время Δt равно работе, совершаемой этими силами. Если скорость кольца равна ω, то за время Δt оно поворачивается на угол $\varphi=\omega\Delta t$. При таком повороте по контуру проходит заряд q, которым обладает участок длиной φR. Так как заряд единицы длины кольца равен $\frac{Q}{2\pi R}$, то $q=\frac{Q}{2\pi R}\varphi R=\frac{Q\varphi}{2\pi}=\frac{Q}{2\pi}\omega\Delta t$.

Работа, совершаемая при повороте кольца, равна ЭДС индукции, возбуждаемой в контуре, ограниченном кольцом, и умноженной на заряд q:

$$A=|\xi|q=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|q=\left|\frac{\pi R^2\Delta B}{\Delta t}\right|\frac{Q}{2\pi}\omega\Delta t=\frac{R^2\omega Q\Delta B}{2}.$$

Кинетическая энергия кольца за это же время меняется на величину

$$\Delta W_k=\frac{m(v+\Delta v)^2}{2}-\frac{mv^2}{2}\approx mv\Delta v=m\omega R\Delta(\omega R)=m\omega R^2\Delta\omega.$$

Приравнивая ΔW_k и A, получаем: $m\omega R^2\Delta\omega=\frac{R^2Q\omega\Delta B}{2}$,

или $\Delta\omega=\frac{Q\Delta B}{2m}$.

Таким образом, изменение угловой скорости $\Delta\omega$ прямо пропорционально изменению магнитной индукции

ΔB. К тому моменту, когда индукция магнитного поля достигнет значения B_0, угловая скорость кольца станет равной $\omega = \frac{QB_0}{2m}$.

9. Проводник массы m и длины l подвешен за концы к диэлектрику с помощью двух одинаковых пружин с общей жесткостью k. Проводник находится в однородном магнитном поле, индукция B которого перпендикулярна плоскости, в которой лежат проводник и пружины. Проводник сместили в вертикальной плоскости из положения равновесия и отпустили. Определить дальнейшее движение проводника в вертикальной плоскости, если к верхним концам пружин присоединен конденсатор емкости C. Сопротивлением, собственной индуктивностью и емкостью проводников пренебречь.

Решение

В отсутствие магнитного поля стержень совершал бы гармонические колебания около положения равновесия, при котором удлинение пружины Δl_0 таково, что сила упругости уравновешена силой тяжести: $k\Delta l_0 = mg$.

Откуда $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$.

Уравнение движения балки запишется так: $mg - k\Delta l = ma$, где Δl — удлинение пружины. Введя обозначение $\Delta l = \Delta l_0 + x$ (где x — смещение стержня из положения равновесия), получим:

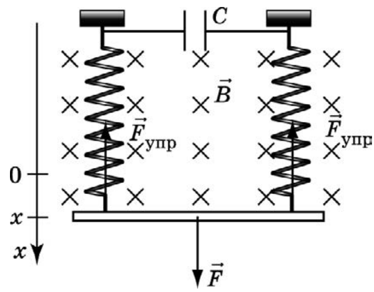
$$ma = -kx. \qquad (1)$$

Это уравнение соответствует гармоническим колебаниям стержня с частотой $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Рассмотрим теперь, как будет влиять на движение стержня магнитное поле. В магнитном поле движущийся стержень становится источником ЭДС: $\xi = evBl$.

Эта ЭДС определяет напряжение зарядки конденсатора. Заряд конденсатора будет равен $q = C\xi = CevBla$.

При изменении скорости v стержня меняется ЭДС ξ и, следовательно, заряд конденсатора q. Поэтому по цепи идет ток $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = eCBl\frac{\Delta v}{\Delta l} = eCBla$, где a — ускорение стержня. При возникновении этого тока на стержень в магнитном поле действует сила $F = BIl = eaB^2l^2C$.



При движении стержня вверх к положению равновесия скорость стержня и, следовательно, ЭДС индукции, а также заряд конденсатора увеличиваются. Направление тока в цепи определяется направлением ЭДС. Согласно закону Ленца ток в цепи направлен так, что созданное им магнитное поле компенсирует изменение магнитного потока через контур, т.е. индукция магнитного поля этого тока направлена в ту же сторону, что и индукция внешнего поля. В дальнейшем при движении стержня вверх от положения равновесия скорость стержня и ЭДС уменьшаются. Поэтому направление тока определяется полярностью разряжающегося конденсатора и противоположно направлению тока, наблюдавшемуся в предыдущем случае. Это направление тока сохранится при движении стержня вниз к положению равновесия (конденсатор в это время будет заряжаться) и опять изменится на противоположное в момент прохождения стержнем положения равновесия.

Проследив далее за направлением силы F и его изменением, мы убедимся, что сила F всегда направлена к положению равновесия стержня. Следовательно, ее проекция отрицательна при $x > 0$ и положительна при $x < 0$ (см. рис.).

Теперь можно записать уравнение движения стержня в магнитном поле:

$$ma = -kx - eaB^2l^2C, \text{ или } (m + eB^2l^2C)a = -kx.$$

Такой вид уравнения движения показывает, что наличие магнитного поля равноценно изменению массы стержня, который будет совершать гармонические колебания с частотой $\omega' = \sqrt{\dfrac{k}{m + eB^2l^2C}}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. По четырем длинным прямым параллельным проводникам, проходящим через вершины квадрата, со стороной 30 см, перпендикулярно его плоскости, проходят одинаковые токи по 10 А, причем по трем проводникам проходят токи в одном направлении, а по четвертому — в противоположном. Определите индукцию магнитного поля в центре квадрата.

Ответ: ____________________ мкТл.

2. Соленоид длиной 40 см и диаметром 4 см содержит 2000 витков проволоки сопротивлением 150 Ом. Определите индукцию магнитного поля внутри катушки, если к ней подведено напряжение 6 В.

Ответ: ____________________ мТл.

3. Плоская прямоугольная катушка из 200 витков со сторонами 10 и 5 см находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,05 Тл. Какой максимальный вращающий момент может действовать на катушку в этом поле, если сила тока в катушке 2 А?

Ответ: ____________________ Нм.

4. С какой силой действует магнитное поле с индукцией 10 мТл на проводник, в котором сила тока 50 А, если длина активной части проводника 0,1 м? Поле и ток взаимно перпендикулярны.

Ответ: ____________________ Н.

5. По горизонтально расположенному проводнику длиной 20 см и массой 4 г течет ток 10 А. Найдите индукцию (модуль и направление) магнитного поля, в которое нужно поместить проводник, чтобы сила тяжести уравновесилась силой Лоренца.

Ответ: ____________________ Тл.

6. Чему равен радиус кривизны траектории протона, движущегося со скоростью 0,1 с в магнитном поле с индукцией 1,5 Тл?

Ответ: ____________________ м.

7. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 600 В, влетает в однородное магнитное поле с магнитной индукцией 0,30 Тл и движется по окружности. Найдите радиус окружности.

Ответ: ____________________ м.

8. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B — 4 мТл. Найдите период обращения электрона.

Ответ: ____________________ с.

9. Электрон со скоростью v влетает в первом случае в область однородного электрического поля перпендикулярно линиям напряженности поля E (см. рис. 1), а во втором случае в область однородного магнитного поля перпендикулярно линиям магнитной индукции B (см. рис. 2). Установите, по какой траектории будет двигаться электрон в каждом из этих случаев.

ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА	ВИД ТРАЕКТОРИИ
А) в электрическом поле	1) прямая
	2) парабола
	3) окружность
	4) винтовая линия

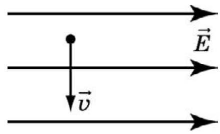


Рис. 1

Б) в магнитном поле

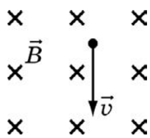


Рис. 2

Ответ:

А	Б

10. Заряженная частица влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определите характер изменения силы Лоренца, кинетической энергии частицы и ее ускорения, если частица влетит в то же самое магнитное поле с прежней по модулю скоростью, но параллельно линиям индукции магнитного поля. Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Сила Лоренца	Кинетическая энергия частицы	Ускорение частицы

11. Частица массой m, несущая заряд q, движется в однородном магнитном поле с индукцией B по окружности радиуса R со скоростью v. Что произойдет с радиусом орбиты, периодом обращения и кинетической энергией частицы при увеличении индукции магнитного поля? К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию второго и запишите в таблицу выбранные цифры под соответствующими буквами.

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Радиус орбиты	Период обращения	Кинетическая энергия

12. Установите соответствие между модулями сил и формулами, по которым их можно рассчитать.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

А) модуль сил взаимодействия между двумя точечными неподвижными заряженными телами

Б) модуль силы, действующей на заряженную частицу, движущуюся в постоянном магнитном поле

ФОРМУЛЫ

1) $\dfrac{mg}{qB}$

2) $qvB\sin\alpha$

3) $\dfrac{kq_1q_2}{r^2}$

4) $IlB\sin\alpha$

Ответ:

А	Б

13. Частица массой m, несущая заряд q, движется в однородном магнитном поле с индукцией B по окружности радиусом R со скоростью v. Как изменится радиус траектории, период обращения и кинетическая энергия частицы при уменьшении скорости ее движения? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Радиус траектории	Период обращения	Кинетическая энергия

14. Установите соответствие между техническими устройствами и явлениями, лежащими в основе их работы.

1) взаимодействие заряженных тел
2) взаимодействие проводников с током
3) движение проводника с током в магнитном поле
4) движение заряда в электрическом поле

Амперметр	Электрометр

ЭЛЕКТРОМАГНИНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Сколько времени будет гореть неоновая лампочка в течение 1 мин при подключении ее в сеть переменного синусоидального тока с действующим значением напряжения $U_д=120$ В и частотой $f=50$ Гц, если лампочка зажигается и гаснет при напряжении $U=84$ В?

Решение

При включении неоновой лампочки в сеть переменного тока напряжение на ее электродах меняется с течением времени по закону

$$U=U_m\sin(2\pi ft), \qquad (1)$$

где U_m — максимальное значение напряжения.

Максимальное значение синусоидального напряжения связано с действующим напряжением равенством

$$U_т=U_Д\sqrt{2}. \qquad (2)$$

Так как лампочка зажигается и гаснет при напряжении $U_1 < U_m$, то за один полупериод она будет гореть в течение времени

$$\Delta t=t_2-t_1, \qquad (3)$$

где t_1 и t_2 — интервалы времени, прошедшего от начала периода T до момента вспышки и гашения. Всего за время $t_0=1$ мин лампочка горит в течение времени

$$t_x=2ft_0\Delta t, \qquad (4)$$

поскольку в интервале t_0 будет содержаться $2\dfrac{t_0}{T}=2ft_0$ промежутков Δt.

В уравнении (1) после подстановки в него выражения (2) все величины, кроме t, будут известны, и из полученного уравнения можно определить значения t_1 и t_2. Подставляя числовые значения $U = U_{\text{заж}} = U_{\text{гаш}}$ и $U_{\text{Д}}$, найдем $\sin(\frac{2\pi}{T}t) = \frac{1}{2}$, откуда в пределах $\frac{T}{2}$

$$\frac{2\pi}{T}t_1 = \frac{\pi}{6};\ t_1 = \frac{T}{12};\ \frac{2\pi}{T}t_2 = \frac{5}{6}\pi;\ t_2 = \frac{5}{3}T.$$

Следовательно, за полупериод лампочка будет гореть в течение времени $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{3} = \frac{1}{3f}$.

Подставляя это значение времени в уравнение (4), найдем время горения неоновой лампочки за одну минуту:

$$t_x = \frac{2}{3}t_0;\ t_x = 40 \text{ с}.$$

2. В сеть переменного синусоидального тока включены последовательно конденсатор емкостью $C = 100$ мкФ и катушка индуктивности диаметром $D = 10$ см, состоящая из $n = 1000$ витков медной проволоки сечением $S = 1$ мм^2, вплотную прилегающих друг к другу. Какая средняя мощность выделяется на активном сопротивлении катушки индуктивности за 1 период колебания тока в цепи, если амплитудное значение напряжения в сети равно $U_m = 120$ В? При какой частоте тока эта мощность будет максимальной? Сопротивлением подводящих проводов пренебречь. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м.

Решение

Если в сеть синусоидального напряжения включены конденсатор, катушка индуктивности и резистор, то рассеивание мощности P происходит только на резисторе. В нашем примере резистором служит провод катушки индуктивности. Поскольку напряжение на нем совпадает по фазе с током и $\varphi = 0$, то

$$P = \frac{I_m U_m}{2}, \tag{1}$$

где I_m — амплитудное значение силы тока в цепи. По закону Ома

$$I = \frac{U}{Z}, \qquad (2)$$

где Z — полное сопротивление цепи переменному току.

Поскольку сопротивлением подводящих проводов можно пренебречь, Z состоит из активного сопротивления катушки R, сопротивления конденсатора R_c и сопротивления катушки индуктивности R_L.

$$Z = \sqrt{R^2 + (2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC})^2}\ , \qquad (3)$$

где f — частота тока в городской сети, равная 50 Гц.

Активное сопротивление обмотки из медной проволоки длиной l_0 с удельным сопротивлением ρ и сечением S равно:

$$R = \rho\frac{l_0}{S} = \frac{\pi n\rho D}{S}, \qquad (4)$$

где n — число витков; D — средний диаметр катушки. Учитывая, что длина катушки $l = nd = 2n\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ и витки вплотную прилегают друг к другу, для ее индуктивности получим:

$$L = \frac{\pi\mu_0 nD^2}{8}\sqrt{\frac{\pi}{S}}. \qquad (5)$$

Последовательно подставляя числовые значения в формулы (5), (4) и (3), находим:

$$L \approx 9\cdot 10^{-3}\text{ Гн};\ R = 5{,}34\text{ Ом};\ Z = 5{,}36\text{ Ом}.$$

После этого согласно (1) и (2) будем иметь:

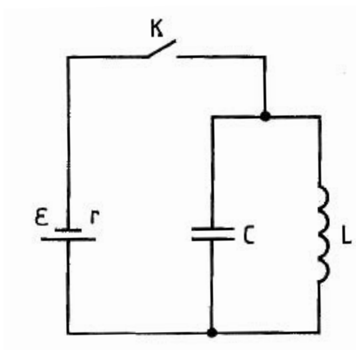
$$P = \frac{U_m R}{2Z^2};\ P \approx 1{,}34\text{ кВт}.$$

Из последней формулы видно, что мощность, выделяемая в резисторе, максимальна в том случае, когда полное сопротивление цепи минимально. Согласно формуле (3) $Z = Zm_{\text{in}} = R$, если выражение, стоящее в скобках, равно нулю. Это возможно при частоте $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$; $f \approx 5{,}6$ кГц.

Мощность, выделяемая на активном сопротивлении при такой частоте, равна:

$$P_m = \frac{U^2_m}{2R};\ P_m \approx 1{,}35\ \text{кВт}.$$

3. На схеме рисунка электроемкость C = 5 мкФ, L=8 мГн, ξ=15 В и r=0,5 Ом. Ключ K замыкают и после установления стационарного режима размыкают. Найти зависимость заряда на конденсаторе от времени после размыкания ключа. (Активным сопротивлением катушки пренебрегите.)



Решение

Если пренебречь омическим сопротивлением катушки, то замыкание ключа K приведет к короткому замыканию. Следовательно,

$$I_0 = \frac{\xi}{r}. \tag{1}$$

Ток I_0 является максимальным током катушки, и энергия

$$W = \frac{LI^2_0}{2} = \frac{q^2_0}{2C} \tag{2}$$

является полной энергией контура после размыкания ключа. Период и циклическая частота равны:

$$T = 2\pi\sqrt{LC},\ \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \tag{3}$$

Из уравнений (1), (2) и (3) получим $q = q_0 \sin \omega t$ (при $\varphi_0 = 0$),

$$q_0 = I_0\sqrt{LC} = \frac{\xi}{r}\sqrt{LC}, \quad q = \frac{\xi}{r}\sqrt{LC}\sin\frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$q = 6\cdot 10^{-4}\sin 5\cdot 10^4 t.$$

4. В колебательном контуре происходят свободные колебания. Зная, что максимальный заряд конденсатора равен 10^{-6} Кл, а максимальный ток равен 10 А, найти длину волны этого контура.

Решение

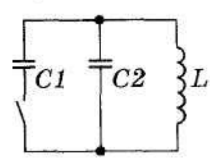
Из закона сохранения имеем:

$$\frac{LI^2_{\max}}{2} = \frac{q^2_{\max}}{2C}, \text{ то } LC = \frac{q^2_{\max}}{I^2_{\max}}.$$

Следовательно, искомая длина волны

$$\lambda = c2\pi\sqrt{LC} = 2\pi c\frac{q_{\max}}{I_{\max}} = 189 \text{ м}.$$

5. Два конденсатора одинаковой электроемкости $C_1 = C_2 = C$ и катушка индуктивностью L соединены так, как показано на рисунке. В начальный момент времени ключ разомкнут, конденсатор C_1 заряжен до разности потенциалов U, а конденсатор C_2 не заряжен и сила тока в катушке равна нулю. Определить максимальное значение силы тока в катушке после замыкания цепи и период электромагнитных колебаний в цепи.



Решение

После замыкания ключа в первый момент времени происходит перераспределение заряда между конденсаторами. Это связано с тем, что цепь C_1—C_2 можно считать колебательным контуром с очень малой индуктивностью проводов и, следовательно, большой собственной частотой. Заряды конденсаторов C_1 и C_2 станут равными по $\frac{CU}{2}$, а полная их энергия будет равна: $\frac{CU^2}{8}+\frac{CU^2}{8}=\frac{CU^2}{4}$.

Это вдвое меньше энергии первого конденсатора $\frac{CU^2}{2}$.

Половина энергии электрического поля диссипирует (рассеивается) в другие виды энергии, чаще всего в тепло.

После перераспределения заряда возникают электромагнитные колебания с периодом $T=2\pi\sqrt{2LC}$.

Максимальную силу тока в катушке можно найти, используя закон сохранения энергии:

$$\frac{CU^2}{4}=\frac{LI^2_{\max}}{2};\quad I_{\max}=U\sqrt{\frac{C}{2L}}.$$

6. К источнику тока подключен колебательный контур, в котором активное сопротивление равно 1,5 Ом. После размыкания ключа в обмотке возникают затухающие колебания и выделяется средняя тепловая мощность 0,4 Вт, а количество теплоты, которое выделяется до полного затухания колебаний, равно 18,7 мДж. Найти индуктивность катушки.

Решение

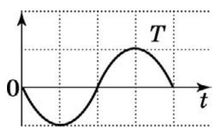
Средняя тепловая мощность $P=I^2_{э}R,\ \ I_{э}=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$,

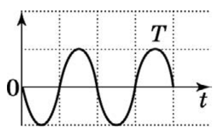
где $I_{э}$ — действующее значение силы тока; I_0 — максимальное значение силы тока. В обмотке выделится энергия: $Q=\frac{LI^2_0}{2},\ \ I^2_0=2I^2_{э}=\frac{2P}{R},\ \ L=\frac{QR}{P}=0{,}07$ Гн.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Конденсатор включен в цепь переменного тока (см. рис.). В момент времени $t=0$ заряд левой обкладки конденсатора максимален. Графики А и Б представляют изменения физических величин, характеризующих колебания в цепи переменного тока. Установите соответствие между графиками и физическими величинами, зависимости которых от времени эти графики могут представлять.

ГРАФИКИ

А) 

Б) 

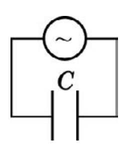
ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

1) емкостное сопротивление X_C
2) напряжение на конденсаторе U_C
3) сила тока в цепи I
4) мощность тока на конденсаторе IU_C

Ответ:

А	Б

2. В контуре, состоящем из катушки индуктивности и плоского конденсатора, поддерживаются незатухающие электромагнитные колебания. В некоторый момент времени расстояние между пластинами конденсатора начинают медленно уменьшать. Как при этом будут изменяться физические величины?



1) увеличивается
2) уменьшается
3) не изменяется

Частота колебаний	Период колебаний	Энергия, запасенная в контуре

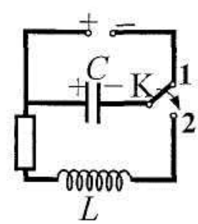
3. В колебательном контуре с индуктивностью L и емкостью C происходят электромагнитные колебания с периодом T и амплитудой заряда q_0. Что произойдет с периодом, частотой и максимальной энергией конденсатора, если при неизменных амплитуде и емкости уменьшить индуктивность?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

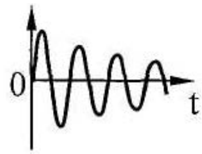
1) увеличилось
2) уменьшилось
3) не изменилось

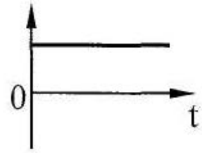
Период	Частота	Максимальная энергия конденсатора

4. Конденсатор колебательного контура подключен к источнику постоянного напряжения (см. рис.). Графики А и Б представляют изменения физических величин, характеризующих колебания в контуре после переведения переключателя K в положение 2 в момент времени $t=0$. Установите соответствие между графиками и физическими величинами, зависимости которых от времени эти графики могут представлять.



ГРАФИКИ

А) 

Б) 

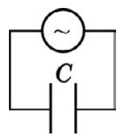
ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

1) заряд левой обкладки конденсатора
2) сила тока в катушке
3) энергия электрического поля конденсатора
4) индуктивность катушки

Ответ:

А	Б

5. Что из перечисленных предметов обязательно входит в состав цепи постоянного тока и колебательного контура? Установите соответствие между физическими устройствами и их необходимыми элементами.



1) амперметр
2) источник тока
3) конденсатор
4) постоянный магнит

Цепь постоянного тока	Колебательный контур

6. При изменении силы тока в катушке на величину 1,0 А за промежуток времени 0,4 с в ней возникает ЭДС 0,4 В. Определите длину волны, излучаемую генератором, контур которого состоит из катушки и конденсатора емкостью 14,1 мкФ.

Ответ:____________________ км.

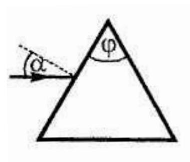
7. Колебательный контур настроен на частоту 300 кГц. Этот контур оказался настроен на длину волны 2000 м после параллельного подключения к его конденсатору дополнительного конденсатора емкостью 200 пФ. Найдите индуктивность катушки.

Ответ: ____________________ мГн.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Преломляющий угол φ призмы (см. рис.) равен 60°. Угол падения луча на грань призмы $\alpha = 30°$. Найдите угол δ отклонения луча от первоначального направления после прохождения через призму. Показатель преломления материала призмы $n = 1{,}5$.

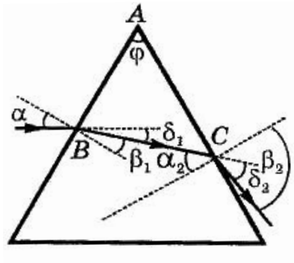


Решение

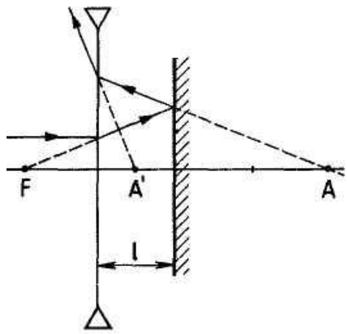
При входе в призму угол преломления

$$\beta_1 = \arcsin\left(\frac{\sin\alpha}{n}\right) = 19{,}5°.$$

Значит, при первом преломлении луч отклоняется от первоначального направления на угол $\delta_1 = \alpha - \beta_1 = 10{,}5°$ (см. рис.). Поскольку сумма углов φ, $90° - \beta_1$ и $90°$ — α_2 треугольника ABC равна 180°, находим угол падения луча на вторую боковую грань: $\alpha_2 = \varphi - \beta_1 = 40{,}5°$. Угол преломления на этой грани $\beta_2 = \arcsin(n \sin\alpha_2) = 77°$, а угол отклонения $\delta_2 = \beta_2 - \alpha_2 = 36{,}5°$. Суммарный угол δ отклонения луча равен $\delta_1 + \delta_2 = 47°$.



2. На расстоянии l от рассеивающей линзы перпендикулярно оптической оси линзы расположено плоское зеркало. Изображение бесконечно удаленного точечного источника после преломления лучей в линзе, отражения от зеркала и вторичного прохождения через линзу получилось посередине между линзой и зеркалом. Найти фокусное расстояние линзы.



Решение

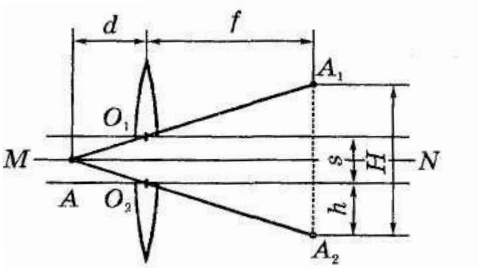
На рисунке показан ход лучей. Изображение бесконечно удаленного точечного источника после преломления лучей в линзе получается в мнимом фокусе линзы, а после отражения в плоском зеркале получается другое мнимое изображение A, расположенное на расстоянии $F = 2l$ от линзы. Если считать точку A предметом, то ее изображение после преломления в линзе отраженных от зеркала лучей окажется в точке A', т.е. на расстоянии $f = \frac{l}{2}$ от линзы.

Для рассеивающей линзы будем иметь $-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$, $d = F + 2l$, $f = \frac{l}{2}$.

Решаю эту систему, получим: $F = l$.

3. Фокусное расстояние собирающей линзы $F = 50$ мм. Точечный источник света находится на расстоянии

$d = 60$ мм от линзы на ее главной оптической оси MN. Линзу разрезали по диаметру и раздвинули половинки линзы на расстояние $\sigma = 10$ мм друг от друга. Каково расстояние H между двумя изображениями источника света?



Решение

Каждая половинка линзы «действует» как целая линза. Каждое из двух изображений источника находится на расстоянии $h = \frac{s}{2} \cdot \frac{f}{d}$ от главной оптической оси соответствующей линзы (см. рис.). Следовательно, $H = 2h = \frac{sf}{d}$; используя уровнение тонкой линзы, имеем:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{Fd}{d - F} = 0{,}3 \text{ м}.$$

$$H = \frac{10^{-2} \cdot 0{,}3}{0{,}05} = 0{,}06 \text{ м}.$$

4. Линза дает действительное изображение предмета, увеличенное в 2 раза. Какое увеличение даст линза, если увеличить ее оптическую силу в 2 раза? Положение предмета относительно линзы не меняется.

Решение

Из условия задачи ясно, что линза собирающая: $D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$, $\Gamma = \frac{f}{d}$, $D = \frac{1}{d}(1 + \frac{1}{\Gamma})$.

Для первого и второго случая $D_1 = \frac{1}{D}(1+\frac{1}{\Gamma_1})$,

$$D_2 = \frac{1}{D}(1+\frac{1}{\Gamma_2}), \quad m = \frac{D_2}{D_1}, \quad m = \frac{1+\frac{1}{\Gamma_2}}{1+\frac{1}{\Gamma_1}}. \quad \Gamma_2 = \frac{\Gamma_1}{m+\Gamma_1(m-1)} = \frac{1}{2}.$$

Полученный результат говорит о том, что при увеличении оптической силы линзы предмет оказался за двойным фокусом и его действительное изображение уменьшилось в 2 раза.

5. Найти фокусное расстояние двояковыпуклой стеклянной линзы, погруженной в воду, если известно, что ее фокусное расстояние в воздухе 20 см.

Решение

Фокусное расстояние двояковыпуклой линзы связано с абсолютными показателями преломления n_1 и n_2 вещества линзы и окружающей среды следующим соотношением: $\frac{1}{F} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$.

Для линзы, находящейся в воздухе,

$$\frac{1}{F_1} = (n_1 - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (1)$$

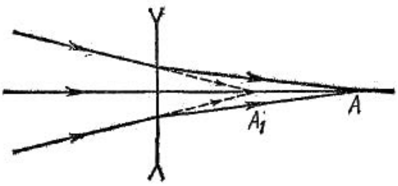
Аналогично для линзы, находящейся в воде,

$$\frac{1}{F_2} = \left(\frac{n_1}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{n_1 \quad n_2}{n_2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \qquad (2)$$

Разделив почленно соотношения (1) и (2), получим: $\frac{F_2}{F_1} = \frac{(n_1-1)n_2}{n_1 - n_2}$, откуда $F_2 = \frac{F_1 n_2 (n_1 - 1)}{n_1 - n_2}$;

$$F_2 = \frac{0,2 \cdot 1,33(1,5-1)}{1,5-1,33} \approx 0,78 \text{ м}.$$

6. На рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей. После прохождения через линзу лучи пересекаются в точке, лежащей на расстоянии 15 см от линзы. Если линзу убрать, то точка пересечения лучей переместится на 5 см ближе к линзе. Определить оптическую силу линзы.



Решение

Если поместить точечный источник света в точку A, то точка A_1 будет его мнимым изображением (см. рис.). Тогда по формуле рассеивающей линзы $-\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$ имеем $F=\frac{fd}{d-f}$ (1), где $f=d-l$. По определению оптическая сила линзы равна $D=\frac{1}{F}$, или с учетом выражения (1)

$$D=\frac{d-f}{fd}=\frac{l}{d(d-l)};\quad D=\frac{0,05}{0,05(0,15-0,05)}\approx 3,3\,\text{дптр}.$$

7. На расстоянии $d_1=1$ м от собирающей линзы параллельно ее плоскости поставлен подсвечиваемый предмет. При таком расположении линзы и предмета площадь изображения на экране равна $S_1=400$ см^2. Если линзу передвинуть на $l=30$ см от предмета, площадь резкого изображения становится равной $\frac{9}{16}$ площади предмета. Определить площадь S_0 и оптическую силу D линзы.

Решение

Если в первом положении линза находилась от предмета на расстоянии d_1, от экрана — на расстоянии f_1 и площадь изображения равнялась S_1, то

$$D=\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1} \quad (1)$$

и

$$\frac{S_1}{S_0}=\frac{f_1^2}{d_1^2}. \quad (2)$$

Во втором положении линзы, когда ее сместили на расстояние l от предмета и передвинули экран так, что на нем снова получилось четкое изображение, предмет и экран оказались удаленными от линзы на расстояние d_2 и f_2. Площадь изображения уменьшилась и стала равной $S_2=\frac{9}{16}S_0$. Для этого положения:

$$D=\frac{1}{d_2}+\frac{1}{f_2} \quad (3)$$

и

$$\frac{S_2}{S_0}=\frac{f_2^2}{d_2^2}. \quad (4)$$

К основным уравнениям (1) — (4) следует добавить вспомогательное соотношение $d_2=d_1+l$. (5)

Подставляя выражение для d_2 в уравнения (3), (4) и исключая затем f_2, найдем:

$$D=\frac{\sqrt{\frac{S_0}{S_2}}+1}{d_1+l};\ D=1{,}2 \text{ дптр}.$$

Считая D известной величиной, из уравнений (1), (2) получим: $S_0=S_1(Dd_1-1)^2$; $S_0=250\ \text{см}^2$.

8. Источник света находится на расстоянии $a=5$ м от экрана, на котором с помощью собирающей линзы получают увеличенное в $k=4$ раза изображение источника. Экран отодвигают на расстояние $b=4$ м; при этом восстановить четкость увеличенного изображения можно, передвинув линзу или источник. Найти увеличения k_1 и k_2 в обоих случаях.

Решение

Для основного расположения

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f},\ d+f=a,\ \frac{f}{d}=k.$$

После перемещения экрана и линзы

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d_1}+\frac{1}{f_1},\ d_1+f_1=a+b,\ \frac{f_1}{d_1}=k_1.$$

После перемещения экрана и источника

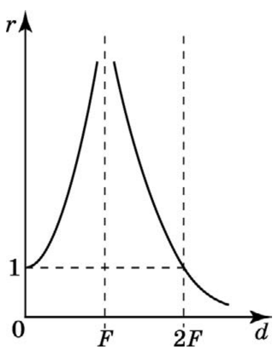
$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d_2}+\frac{1}{f_2},\ d_2+f_2=a+b+c,\ f_2=f+b,\ \frac{f_2}{d_2}=k_2.$$

Отсюда

$$k_1=\frac{(1+k)\sqrt{a+b}+\sqrt{a(1-k)^2+b(1+k)^2}}{(1+k)\sqrt{a+b}-\sqrt{a(1-k)^2+b(1+k)^2}}\approx 9{,}14,$$

$$k_2=\frac{b(1+k)^2}{ak}+k=9.$$

9. Построить график зависимости линейного увеличения Γ предмета от его расстояния от оптического центра собирающей линзы d.



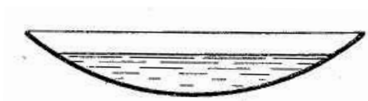
Решение

Увеличение линзы равно $\Gamma = \frac{f}{d}$. При $d<F$ изображение мнимое. Из формулы линзы $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$ следует $\Gamma = \frac{F}{F-d}$. Отсюда ясно, что с приближением d и F увеличение $\Gamma \to \infty$.

При $d < F$ изображение действительное и $\Gamma = \frac{F}{d-F}$.

Очевидно, что при $d=2F$ увеличение $\Gamma=1$. При дальнейшем росте d увеличение Γ уменьшится. На рисунке изображена эта зависимость.

10. Вогнутое зеркало наполнено водой (см. рис.). Зная, что радиус кривизны зеркала равен 40 см, а показатель преломления воды равен $\frac{4}{3}$, найти фокусное расстояние этой системы.



Решение

Так как свет проходит через воду, отражается от зеркала и снова проходит через воду, то $D=D_1+D_2+D_1=2D_1+$ $+D_2$, где D_1 — оптическая сила «водяной» линзы, а D_2 — зеркала. Но $D_1=(\frac{4}{3}-1)(\frac{1}{R}+\frac{1}{\infty})=\frac{1}{3R}$, $D_2=\frac{2}{R}$.

Поэтому $D=2\frac{1}{3R}+\frac{2}{R}=\frac{8}{3R}$, $F=\frac{1}{D}=\frac{3R}{8}=0{,}15$ м.

11. Точечный предмет движется по окружности со скоростью $v=3$ см/с вокруг главной оптической оси собирающей линзы в плоскости, перпендикулярной к оси и отстоящей от линзы на расстоянии $d=1{,}5F$, где F — фокусное расстояние линзы. В каком направлении и с какой скоростью V движется изображение предмета?

Решение

Из формулы линзы $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$ найдем расстояние $f=\frac{Fd}{d-F}=3F$, а затем увеличение $k=\frac{f}{d}=\frac{F}{d-F}=2$. Предмет, изображение и оптический центр линзы всегда расположены на одной прямой, поэтому изображение движется по окружности вдвое большего радиуса с вдвое большей скоростью: $V=kv=6$ см/с. Предмет и изображение находятся в диаметрально противоположных точках окружностей, так что скорости v и V направлены в противоположные стороны.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Предмет находится на расстоянии d от собирающей линзы с фокусным расстоянием F.

Расстояние от линзы до изображения f, оптическая сила линзы D. Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

А) оптическая сила линзы

Б) расстояние от линзы до изображения

ФОРМУЛЫ

1) $D=\frac{1}{d}$

2) $\frac{1}{f}=\frac{1}{F}-\frac{1}{d}$

3) $D=\frac{1}{F}$

4) $\frac{1}{f}=\frac{1}{F}+\frac{1}{d}$

Ответ:

А	Б

2. Точечный источник света находится на расстоянии $d = 0,5$ м от линзы с фокусным расстоянием $F = 25$ см и отстоит на $a = 2$ см от ее оптической оси.

Как будут меняться физические величины, если начать перемещать источник света ближе к линзе и к ее оси, в направлении ее переднего фокуса?

1) уменьшается
2) увеличивается
3) не изменяется

Расстояние f от линзы до изображения источника	Расстояние b от оптической оси линзы до изображения источника	Линейное увеличение линзы b/a

3. Небольшой предмет находится на главной оптической оси тонкой собирающей линзы, на двойном фокусном расстоянии от нее. Как изменятся при удалении предмета от линзы следующие три величины: размер изображения, его расстояние от линзы, оптическая сила линзы?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Размер изображения	Расстояние от линзы до изображения	Оптическая сила линзы

4. Луч света падает на границу раздела «стекло-воздух». Как изменятся при увеличении показателя преломления стекла следующие три величины: длина волны света в воздухе, угол преломления, угол полного внутреннего отражения?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

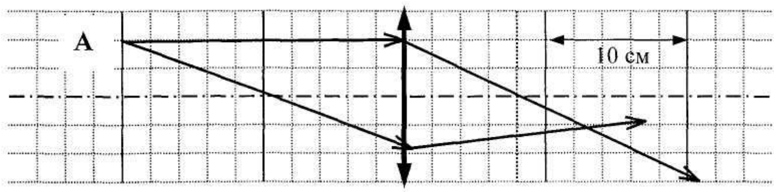
Длина волны света в воздухе	Угол преломления	Угол полного внутреннего отражения

5. Какими основными закономерностями описываются отражение и преломление света? Установите соответствие между физическими явлениями и основными закономерностями, которые их описывают.

1) $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$
2) $\alpha > \alpha_{пр}$
3) $\alpha = \beta$
4) $\alpha + \beta = \pi$

Отражение света	Преломление света

6. На рисунке показан ход лучей от точечного источника света А через тонкую линзу.



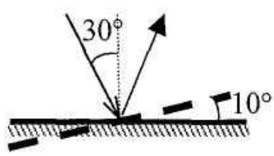
Чему приблизительно равна оптическая сила линзы?

Ответ: ____________________ дптр.

7. Луч света падает на плоское зеркало. Угол падения 20°. Чему равен угол между падающим и отраженным лучами?

Ответ: ____________________ °.

8. Угол падения света на горизонтально расположенное плоское зеркало равен 30°. Каким будет угол между падающим и отраженным лучами, если повернуть зеркало на 10° так, как показано на рисунке?



Ответ: ____________________ °.

9. Предельный угол полного отражения для некоторого вещества оказался равным 30°. Найдите показатель преломления этого вещества?

Ответ: ____________________ .

10. Линза с фокусным расстоянием F=0,3 м дает на экране изображение предмета, увеличенное в 3 раза. Каково расстояние от линзы до изображения?

Ответ: ____________________ м.

11. Линза с фокусным расстоянием $F = 1$ м дает на экране изображение предмета, увеличенное в 4 раза. Каково расстояние от предмета до линзы?

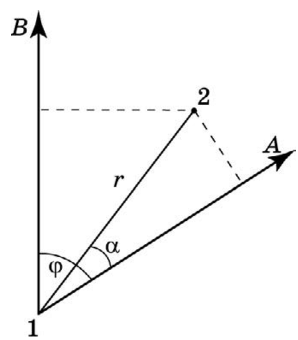
Ответ: ______________________ м.

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Юный радиолюбитель поддерживает радиосвязь с двумя девушками, проживающими в разных городах. Он намерен сконструировать такую систему антенн, которая позволила бы ему разговаривать с одной из девушек (живущей в городе B) с оптимальным качеством связи, но таким образом, чтобы вторая девушка (живущая в городе A) их разговор слышать не могла, и наоборот. Система антенн собирается из двух вертикальных антенн, излучающих с одинаковой интенсивностью во всех горизонтальных направлениях.

Определить расстояние r между антеннами, угол ψ_0 между плоскостью, проходящей через обе антенны, и направлением на север, и разность фаз $\Delta\varphi$ электрических сигналов, излучаемых антеннами. Расстояние между антеннами должно быть минимальным.



Найти численное решение в случае, если юноша имеет радиостанцию, работающую на частоте $\nu = 27$ МГц.

Примечание. Используя карту, юноша выяснил, что углы между направлением на север и направлениями на города A и B составляют $\psi_1 = 72°$ и $\psi_2 = 157°$ соответственно.

Решение

На рисунке показаны положения антенн 1 и 2 (расстояние между которыми r) и направления на города A и B (угол между которыми ψ). Полные фазовые сдвиги колебаний, возбуждаемых обеими антеннами в некоторой точке, в направлениях A и B равны:

$$\Delta(A) = 2\pi\frac{r\cos\alpha}{\lambda} + \Delta\varphi, \tag{1}$$

$$\Delta(B) = 2\pi\frac{r\cos(\psi-\alpha)}{\lambda} + \Delta\varphi, \tag{2}$$

где λ — длина волны передатчика, $\Delta\varphi$ — разность фаз колебаний в антеннах, α — угол между плоскостью, проходящей через обе антенны, и направлением на город A.

Запишем условия минимума интенсивности в городе A и максимума интенсивности в городе B:

$$\Delta(A) = (2n+1)\pi \tag{3}$$

$$\Delta(B) = 2\pi k, \tag{4}$$

где k и n — целые числа. Из выражений (1) — (4) следует: $\Delta(B) - \Delta(A) = 2\pi\frac{r}{\lambda}(\cos(\psi-\alpha) - \cos\alpha) = (2(k-n)-1)\pi$, откуда $r = \dfrac{\lambda 2(k-n)-1}{4\sin\left(\dfrac{\psi}{2}\right)\sin\left(\alpha - \dfrac{\psi}{2}\right)}$.

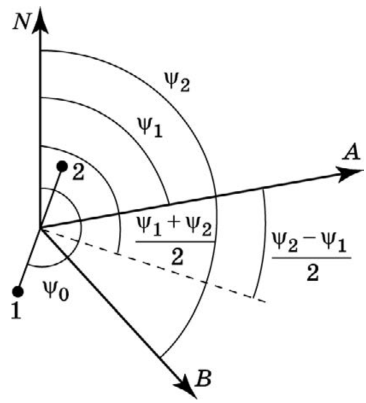
Рсстояние r между антеннами минимально, если $k=n$ и $\alpha - \dfrac{\psi}{2} = -\dfrac{\pi}{2}$.

В этом случае

$$r_{\min} = \frac{\lambda}{4\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}, \qquad (5)$$

$$\alpha = \frac{\psi - \pi}{2}, \qquad (6)$$

т.е. нормаль к плоскости, проходящей через антенны, является биссектрисой угла ψ. Из выражений (1), (3), (5) и (6) найдем: $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$.



Изменение знака φ (от $\frac{\pi}{2}$ до $-\frac{\pi}{2}$) приводит к противоположному эффекту: максимальная интенсивность излучения будет в направления A, а минимальная — в направлении B. На рисунке показаны положения антенн, направление на север N, а также направления на данные города A и B. Из этого рисунка видно, что $\psi = \psi_2 - \psi_1 = 85°$.

$$r_{\min} = \frac{\lambda}{4\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} = \frac{c}{4v\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \approx 4{,}1 \text{ м},$$

$$\psi_0 = 90^0 + \frac{\psi_1 + \psi_2}{2} = 204{,}5°.$$

2. На мыльную пленку, находящуюся в воздухе, под углом 61°10′ падает параллельный пучок монохроматических лучей λ=0,52 мкм. При какой наименьшей толщине пленки станут видны интерференционные полосы, если наблюдение ведется в отраженном свете?

Решение

Запишем условие максимума: $2k\frac{\lambda}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2}$,

где d — толщина пленки в точке наблюдения, n — показатель преломления пленки, α — угол падения лучей света, λ — длина волны падающего света. Слагаемое $\frac{\lambda}{2}$ учитывает потерю полуволны при отражении света от мыльной пленки (т.е. от границы раздела воздух — пленка). Приняв $k=l$, так как толщина пленки наименьшая, найдем $d = \frac{\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$.

$$d = \frac{0.52\cdot 10^{-6}}{4\sqrt{1{,}33^2 - 0{,}876^2}} = 0{,}13\cdot 10^{-6} = 0{,}13\,\text{мкм}.$$

3. На дифракционную решетку, имеющую 500 штрихов на миллиметр, падает плоская монохроматическая волна (λ=0,5 мкм). Определить наибольший порядок спектра, который можно наблюдать при нормальном падении лучей на решетку.

Решение

Условие главных максимумов $d\sin\varphi = k\lambda$. Максимальному k соответствует $\sin\varphi = 1$, поэтому $d\varphi = k_{\max}\lambda$.

Тогда $k_{\max} = \frac{d}{\lambda}$, где $d = \frac{1}{N}$.

Вычисления: $d = \frac{1\cdot 10^{-3}}{500} = 2\cdot 10^{-6}$ м, $k_{\max} = \frac{2\cdot 10^{-6}}{0{,}5\cdot 10^{-6}} = 4$.

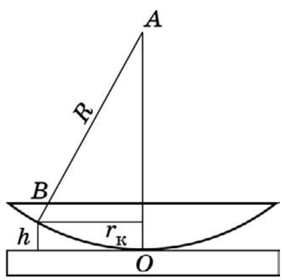
4. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы лучи, отраженные от поверхности озера, были максимально поляризованы?

Решение

Отраженный луч максимально поляризован, если для угла i его падения выполняется условие Брюстера: $\mathrm{tg}\, i_Б = n$, где n — относительный показатель преломления двух сред. Солнце находится к горизонту под углом $\gamma = \frac{\pi}{2} - i_Б$.

Тогда $i_Б = \mathrm{arctg}\, n = \mathrm{arctg}\, 1{,}33 \approx 53°$; $\gamma = 90° - 53° = 37°$.

5. Найти радиус кривизны, линзы, применяемой для наблюдения колец Ньютона, если расстояние между вторым и третьим светлыми кольцами 0,5 мм. Установка освещается светом с длиной волны $5{,}5 \cdot 10^{-7}$ м. Наблюдение ведется в отраженном свете.



Решение

Из ΔOAB (см. рис.) имеем $|BA|^2 = |BO|^2 + |AO|^2$, или $R^2 = r^2_k + (R-h)^2$, откуда $r^2_k - 2Rh + h^2 = 0$.

Пренебрегая малой величиной h^2 по сравнению с остальными слагаемыми, получаем $r_k = \sqrt{R2h}$.

Иначе, для светлого k-го кольца в отраженном свете разность хода равна $\Delta_k = 2hn - \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}$, откуда

$$2h = (2k = 1)\frac{\lambda}{2n}.$$

Тогда $r_k = \sqrt{(2k+1)\frac{\lambda}{2}\frac{R}{n}}$.

Для $k=2$ $r_2 = \sqrt{(2\cdot 2+1)\frac{R\lambda}{2n}} = \sqrt{\frac{5\lambda R}{2n}}$.

Для $k=3$ $r_3 = \sqrt{\frac{7\lambda R}{2n}}$.

Тогда $\Delta_{3,2} = r_3 - r^2 = \sqrt{\frac{7\lambda R}{2n}} - \sqrt{\frac{5\lambda R}{2n}} = 0,4\sqrt{\frac{\lambda R}{2n}}$, откуда

$$R = \frac{\Delta {r^2}_{3,2} n}{0,08\lambda};\quad R = \frac{(0,5\cdot 10^{-3})^2\cdot 1}{0,08\cdot 5,5\cdot 10^{-7}} = 5,7 \text{ м}.$$

6. Лазер, потребляя мощность $P=100$ Вт, излучает свет с длиной волны $\lambda=600$ нм. Сколько квантов в секунду излучает лазер, если его КПД равен 0,1%?

Решение

КПД источника равен: $\eta = \frac{P_{\text{полез}}}{P_{\text{затр}}} = \frac{N\frac{h\upsilon}{t}}{P} = \frac{Nhc}{Pt\lambda}$,

$$N = \frac{Pt\lambda\eta}{hc} = 3,02\cdot 10^{17} \text{ квантов.}$$

7. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda=500$ нм, падающего нормально на поверхность, равно $p=10^{-6}$ Па. Сколько квантов света падает ежесекундно на единицу площади этой поверхности, если коэффициент отражения $\rho=0,8$?

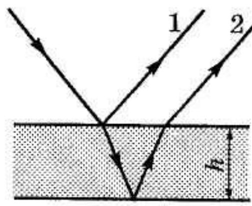
Решение

Давление света равно: $p = \frac{E}{c}(1+\rho)$, $E = \frac{pc}{1+\rho}$, где E — энергия света, падающего на единичную площадку за 1 с.

Энергия одного кванта равна: $E_1 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$.

Число фотонов, падающих на единицу поверхности за 1 с, равно: $N = \dfrac{E}{E_1} = \dfrac{p\lambda}{h(1+\rho)} = 4{,}9 \cdot 10^{20}$ фотонов.

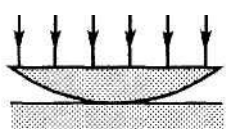
8. Чтобы уменьшить коэффициент отражения света от поверхности стекла, на стекло наносят тонкую прозрачную пленку с показателем преломления $n_\text{п}$ меньшим, чем у стекла (так называемое «просветление оптики»). Найти необходимую толщину пленки h, считая $n_\text{п} = \sqrt{n}$, где n — показатель преломления стекла. Длина волны света $\lambda = 500$ нм, свет падает на поверхность нормально.



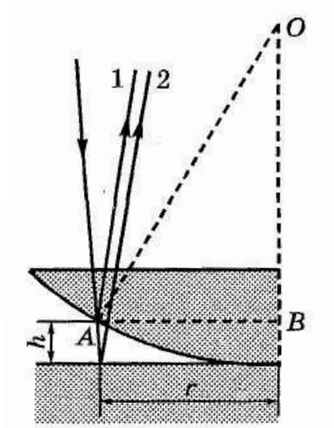
Решение

Коэффициент отражения уменьшается из-за взаимного ослабления двух отраженных волн (см. рис.), происходящего при условии $2hn_n = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$, т.е. при $h = (2k+1)\dfrac{\lambda}{4\sqrt{n}} = (2k+1)h_0$, где k — целое число. Минимально возможная толщина пленки $h_0 = 0{,}10$ мкм.

9. Плоско-выпуклая линза с радиусом кривизны выпуклой стороны $R = 1$ м лежит на плоской стеклянной пластине (см. рис). Систему освещают сверху монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 500$ нм.



При наблюдении сверху (в отраженном свете) видно круглое темное пятно, окруженное концентрическими светлыми и темными кольцами. Объясните это явление. Каков радиус r_3 третьего темного кольца?



Решение

Явление обусловлено интерференцией световых пучков, отраженных от двух поверхностей тонкой воздушной прослойки между линзой и пластиной (см. рис.). Отклонением пучков от вертикали можно пренебречь; оптическая разность хода лучей $\Delta d = 2h + \frac{\lambda}{2}$. Из прямоугольного треугольника ABO с учетом соотношения $r \ll R$ получаем $h = \frac{r^2}{2R}$. Радиус r_k темного кольца с номером k можно найти из условия интерферecионного минимума $\Delta d = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, т. е. $2h = k\lambda$. Отсюда $r_k = \sqrt{k\lambda R}$; в частности $r_3 = 1{,}2$ мм. Темное пятно в центре, соответствующее $k = 0$, обусловлено только «потерей полуволны», т.е. изменением фазы одной из световых волн на противоположную при отражении от оптически более плотной среды.

10. Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны λ=83 нм. На какое максимальное расстояние l от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженности E=7,5 В/см? Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны λ_0=332 нм.

Решение

Согласно уравнению Эйнштейна красная граница фотоэффекта определяет работу выхода A: $A = \frac{hc}{\lambda_0}$. При освещении ультрафиолетовым светом кинетическая энергия вылетевшего электрона $W = \frac{hc}{\lambda} - A = hc(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0})$. Эта энергия расходуется на работу против сил электрического поля: W=eEl, откуда $l = \frac{W}{eE} = \frac{hc}{eE}(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}) = 1{,}5$ см.

11. В явлении фотоэффекта электроны, вырываемые с поверхности металла излучением частотой $2 \cdot 10^{15}$ Гц, полностью задерживаются тормозящим полем при разности потенциалов 7 В, а при частоте $4 \cdot 10^{15}$ Гц — при разности потенциалов 15 В. По этим данным вычислить постоянную Планка.

Решение

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта для рассмотренных в условии задачи двух случаев:

$$h\nu_1 = A + \frac{m{\rm v}^2{}_1}{2}, \quad h\nu_2 = A + \frac{m{\rm v}^2{}_2}{2}. \qquad (1)$$

Поскольку вылетевшие с поверхности металла электроны полностью задерживаются тормозящим электрическим полем, то изменение их кинетической энергии равно работе электрического поля:

$$\frac{m\nu^2}{2} = eU. \qquad (2)$$

Учитывая выражение (2), перепишем уравнения (1) в виде $h\nu_1 = A + eU_1$, $h\upsilon_2 = A + eU_2$.

Решая совместно эту систему уравнений, находим

$$h = \frac{e(U_2 - U_1)}{\upsilon_2 - \upsilon_1}; \quad h = \frac{1{,}6\cdot 10^{-19}(15-7)}{4\cdot 10^{15} - 2\cdot 10^{15}} = 6{,}4\cdot 10^{-34}\ \text{Дж}\cdot\text{с}.$$

12. Капля воды объемом 0,2 мл нагревается светом с длиной волны 0,75 мкм, поглощая ежесекундно 10^{10} фотонов. Определить скорость нагревания воды.

Решение

Количество теплоты, полученное водой,

$$Q = c_\text{В}\ m\Delta T, \qquad (1)$$

где m — масса капли воды; $c_\text{В}$ — удельная теплоемкость воды; ΔT — изменение температуры воды при ее нагревании. Количество энергии, отданной светом за промежуток времени Δt,

$$W = nW\Delta t, \qquad (2)$$

где W — энергия одного фотона. Пренебрегая всеми возможными потерями, считаем, что вся энергия, полученная каплей, идет на ее нагревание, т.е. $W = Q$, или, учитывая выражения (1) и (2), $nW\ \Delta t = mc_\text{В}\ \Delta T$, откуда находим скорость нагревания воды:

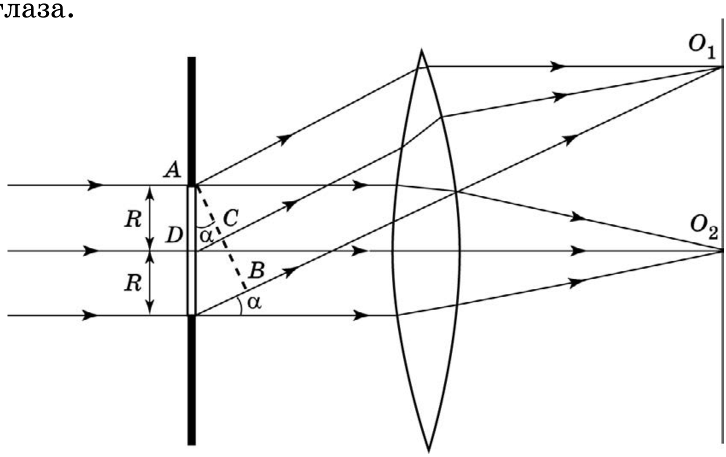
$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{nW}{mc_\text{В}}. \qquad (3)$$

Замечая, что $m = \rho V$, где ρ — плотность воды, и $W = \dfrac{hc}{\lambda}$, перепишем выражение (3):

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{nhc}{\lambda\rho V c_\text{В}};$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{10^{10}\cdot 6{,}62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{75\cdot 10^{-8}\cdot 10^{3}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 4{,}2\cdot 10^{3}} = 3{,}15\cdot 10^{-9}\ \text{К/с}.$$

13. Оцените разрешающую способность человеческого глаза.



Р е ш е н и е

Разрешающая способность любых оптических систем ограничивается явлением дифракции. При освещении отверстия радиусом R светом длиной волны λ с плоским волновым фронтом во всех точках отверстия колебания происходят в одной фазе. При построении изображения отверстия с помощью линзы для волн, собранных линзой в точке O_2 (см. рис.), разность хода равна нулю. Поэтому в точке O_2 наблюдается максимум. Световой пучок, распространяющийся в результате дифракции под углом α к направлению прямолинейного распространения света, собирается линзой в точку O_1. И в этом случае от любой точки на плоскости, перпендикулярной направлению распространения света, например на плоскости AB, длина оптического пути до фокуса O_1 одинакова. Однако к плоскости AB световые волны от разных точек отверстия приходят в разных фазах, так как проходят различные пути.

Вычислим разность хода для волн, идущих от центра отверстия и от его краев. Как видно из рисунка, эта разность хода равна:

$$l = DC = AD \cdot \sin\alpha = R \cdot \sin\alpha. \quad \textbf{(1)}$$

Можно принять, что граница центрального светлого пятна, или, точнее, положение первого темного кольца, определяется условием:

$$\Delta l = R \cdot \sin\alpha = \frac{\lambda}{2}. \qquad (2)$$

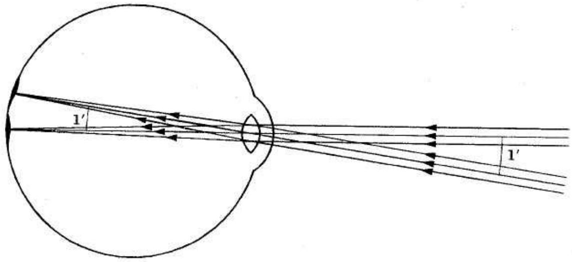
Таким образом, в результате дифракции света малое отверстие в экране радиусом R воспринимается как светлое пятно с угловым радиусом, приблизительно равным:

$$\alpha = \sin\alpha = \frac{\lambda}{2R} = \frac{\lambda}{D}. \qquad (3)$$

Длину волны света λ примем равной $5{,}6 \cdot 10^{-7}$ м. Тогда угловой радиус α центрального светлого дифракционного пятна при попадании на зрачок глаза параллельного пучка света может быть определен по формуле (3), где

$$D \approx 2 \cdot 10^{-3}\,\text{м:}\ \ \alpha = \frac{\lambda}{D} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-4}\,\text{рад} \approx 1'.$$

Таким образом, в результате дифракции бесконечно удаленный точечный источник воспринимается глазом как светлое пятно с угловым радиусом, равным примерно одной угловой минуте. Две светящиеся точки могут восприниматься глазом как отдельные источники света при условии, если угловое расстояние между ними превышает угловой радиус центрального дифракционного светлого пятна от одного точечного источника (см. рис.). Следовательно, разрешающая способность человеческого глаза равна примерно одной угловой минуте.



ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Для уменьшения потерь света при отражении от стекла на поверхность объектива ($n=1,7$) нанесена тонкая прозрачная пленка ($n=1,3$). При какой ее наименьшей толщине произойдет максимальное ослабление отраженного света, длина волны которого приходится на среднюю часть видимого спектра ($\lambda_0=0,56$ мкм). Лучи падают нормально к поверхности объектива.

Ответ: ______________________ мкм.

2. В некоторую точку пространства приходит излучение с геометрической разностью хода волн 1,8 мкм. Определить, усилится или ослабнет свет в этой точке, если длина волны 600 нм.

Ответ: ______________________ .

3. Мыльный пузырь имеет зеленую окраску ($\lambda=540$ нм) в области точки, ближайшей к наблюдателю. Если показатель преломления мыльной воды 1,35, то какова минимальная толщина пузыря в указанной области?

Ответ: ______________________ нм.

4. На дифракционную решетку, содержащую $n=400$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Найдите общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка.

Ответ: ______________________ .

5. Дифракционная решетка содержит $n=200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda=0,6$ мкм). Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

Ответ: ______________________ .

6. Скорость света в вакууме равна $3 \cdot 10^8$ м/с, постоянная Планка равна $6{,}625 \cdot 10^{-34}$ Джс. Необходимо определить, при какой длине электромагнитной волны энергия фотона была бы равна $1 \cdot 10^{-18}$ Дж.

Ответ: ____________________ м.

7. Определите длину световой волны в воде, если ее длина в воздухе $8 \cdot 10^{-7}$ м.

Ответ: ____________________ м.

8. При фотографировании спектра звезды Андромеды было найдено, что линия титана ($\lambda = 495{,}4$ нм) смещена к фиолетовому концу спектра на $\Delta\lambda = 0{,}17$ нм. Как движется звезда относительно Земли?

Ответ: ____________________ м/с.

9. В опыте с зеркалами Френеля расстояние между мнимыми изображениями источника света $d = 0{,}5$ мм, расстояние до экрана $L = 5$ м. В зеленом свете получились интерференционные полосы, расположенные на расстоянии $l = 5$ мм друг от друга. Найдите длину волны λ зеленого света.

Ответ: ____________________ м.

10. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой (не считая центральной). Луч падает перпендикулярно к поверхности пластинки. Показатель преломления пластинки $n = 1{,}5$. Длина волны $\lambda = 600$ нм. Какова толщина h пластинки?

Ответ: ____________________ м.

ОСНОВЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА. ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА. СОСТАВ АТОМНЫХ ЯДЕР. РАДИОАКТИВНОСТЬ. ЭЛЕМЕНТЫ АСТРОФИЗИКИ

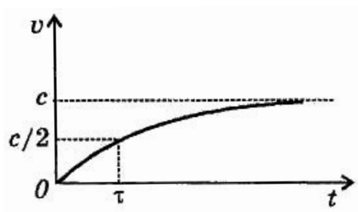
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С КРАТКИМ И РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

1. Какую энергию W нужно сообщить протону, чтобы при бомбардировке неподвижных атомов водорода стали возможны те же процессы рождения частиц, что и в случае столкновения двух протонов, движущихся навстречу друг другу с энергией $W_1 = 70$ ГэВ каждый?

Решение

В обоих случаях должна быть одинакова скорость u движения одного из протонов в системе отсчета, связанной с другим протоном. При энергии W_1 скорость v протона относительно неподвижной системы отсчета определяется из соотношения $W_1 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Эта скорость $v = c\sqrt{1-\left(\frac{mc^2}{W_1}\right)^2}$ при $W_1 \gg mc^2$ близка к скорости света. Согласно релятивистскому закону сложения скоростей $u = \frac{2v}{1+\frac{v^2}{c^2}} = \frac{2c\sqrt{1-\left(\frac{mc^2}{W_1}\right)^2}}{2-\left(\frac{mc^2}{W_1}\right)^2}$. Именно такую скорость должен иметь протон при бомбардировке неподвижной мишени. Его энергия $W = \dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{2W^2{}_1}{mc^2}\left(1-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{mc^2}{W_1}\right)^2\right)$. При $W_1 mc^2$ (в данном случае это условие выполняется) получаем $W = \dfrac{2W^2{}_1}{mc^2}$. Полученная формула объясняет преимущества ускорителей частиц на встречных пучках.

2. Электрон разгоняется до релятивистской скорости в однородном электрическом поле с напряженностью E. Записать формулу зависимости скорости v электрона от времени и построить график этой зависимости. Через какое время τ скорость v достигнет половины скорости света? Начальную скорость электрона считать равной нулю.



Решение

Из уравнения $F = \dfrac{\Delta p}{\Delta t}$ при $F = eE = \text{const}$ следует, что $p = eEt$. Поскольку $p = \dfrac{mv}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, находим $v = c\dfrac{eEt}{\sqrt{m^2c^2 + e^2E^2t^2}}$. При $v = \dfrac{c}{2}$ импульс электрона равен $\dfrac{mc}{\sqrt{3}}$, откуда $\tau = \dfrac{mc}{\sqrt{3}eE}$. Когда $eEt << mc$, получаем $v = \dfrac{eEt}{m}$ («классическое» равноускоренное движение).

3. Протон движется со скоростью 0,7 с. Найти его импульс и кинетическую энергию.

Решение

Запишем выражение для релятивистского импульса и учтем, что v=0,7 с. Получим $p=\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{m_0\cdot 0{,}7c}{\sqrt{1-0{,}7^2}}$.

Аналогично вычислим кинетическую энергию протона:

$$E_k=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-1\right).$$

Вычисления: $E_k=0{,}6\cdot 10^{-10}$ Дж, $p=4{,}91\cdot 10^{-19}$ кгм/с.

4. При какой скорости кинетическая энергия частицы равна ее энергии покоя?

Решение

Так как полная энергия тела $E=E_0+E_k$, а $E_k=E_0$, то $E=2E_0$, т.е. $mc^2=2m_0c^2$; $m=2m_0$.

Следовательно, $\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=2m_0$; $1-\frac{v^2}{c^2}=\frac{1}{4}$;

$$v=\frac{c\sqrt{3}}{2}=\frac{1{,}732c}{2}=0{,}866\text{ с}=259\,800\text{ км/с}.$$

5. Плотность воды при 0° равна 10^3 кг/м^3. Определить релятивисткую плотность воды для неподвижного наблюдателя, если частица воды движется со скоростью 0,8 с.

Решение

$\rho=\dfrac{m}{V}=\dfrac{m}{Sl}$, где S — основание прямоугольного параллелепипеда; l — его длина. В этом случае будет происходить изменение массы и длины параллелипипеда.

Выразим эти величины с учетом релятивисткого эффекта увеличения массы и уменьшения длины тела:

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\quad l=l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}.$$

Тогда $\rho=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\cdot Sl_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\dfrac{\rho_0}{1-\frac{v^2}{c^2}}$, так как

$$\frac{m_0}{Sl_0}=\frac{m_0}{V_0}=\rho_0;\ \rho=\frac{10^3}{1-0{,}64}=2{,}78\cdot10^3=2780\ \text{кг/м}^3.$$

6. При бомбардировке быстрыми электронами металлического антикатода рентгеновской трубки возникает рентгеновское тормозное излучение. Определить коротковолновую границу спектра рентгеновского излучения при скорости электронов $150\,000$ км/с.

Решение

Коротковолновая граница спектра рентгеновского излучения определяется условием равенства кинетической энергии электрона энергии фотона:

$$E_k=h\nu_0=\frac{hc}{\lambda_0},\ \text{откуда получаем:}\ \lambda_0=\frac{hc}{E_k}. \qquad (1)$$

Так как скорость электрона v сравнима со скоростью света, то его кинетическую энергию следует рассчитывать по релятивистской формуле:

$$E_k=(m-m_0)c^2=\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-m_0c^2.$$

В этом случае выражение (1) можно записать:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{E_k} = \frac{hc}{m_0c^2\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}-1\right)} = \frac{h\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}{m_0c\left(1-\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}\right)}.$$

При условии $v = \dfrac{c}{2}$

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0c\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}-1\right)} \approx \frac{6{,}62\cdot 10^{-34}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 3\cdot 10^{8}\cdot 0{,}155} \approx 1{,}56\cdot 10^{-11}\ \text{м}.$$

7. Определить длину волны де Бройля для электрона, находящегося в атоме водорода на третьей боровской орбите.

Решение

Волна де Бройля определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad mvr = nh.$$

Используя соотношения для центростремительного ускорения, получим:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad v = \frac{1}{n}\cdot\frac{e^2}{2\varepsilon_0 h},$$

тогда $\lambda = \dfrac{2h^2 n\varepsilon_0}{me^2}$; $\lambda = \dfrac{2\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}{9{,}1\cdot 10^{-31}(1{,}6\cdot 10^{-19})^2} = 1$ нм.

8. Определить частоту света, излучаемого атомом водорода, при переходе электрона на уровень с главным квантовым числом $n=2$, если радиус орбиты электрона изменился в $k=9$ раз.

Решение

Из основной формулы $\nu = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$, где R — постоянная Ритберга.

$$\frac{r_m}{r_n} = k = \frac{m^2}{n^2}, \quad \frac{n^2}{m^2} = \frac{1}{k}, \text{ тогда } \nu = \frac{R}{n^2}\left(1 - \frac{1}{k}\right).$$

$$\nu = \frac{3{,}29 \cdot 10^{15}}{2^2}\left(1 - \frac{1}{9}\right) = 0{,}731 \cdot 10^{15} \text{ Гц}.$$

9. С неподвижным атомом водорода, находящимся в основном энергетическом состоянии, сталкивается такой же атом водорода, движущийся со скоростью v. Пользуясь моделью Вора и зная, что энергия ионизации атома водорода составляет $E_и$, а масса атома равна m, определить предельную скорость v_0, ниже которой столкновения атомов являются упругими.

После достижения скорости v_0 столкновения между атомами могут стать неупругими, что вызывает излучение. Определить процентное отношение разности частот излучений, наблюдаемых в направлении, совпадающем с направлением начальной скорости налетающего атома, и в противоположном направлении, к среднему арифметическому этих частот.

Известно, что

$$E_и = 13{,}6 \text{ эВ} = 2{,}18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}; \ m = 1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Решение

Согласно модели атома Бора излучение (или поглощение) кванта электромагнитной энергии возможно при переходе из одного стационарного состояния в другое:

$$E_k - E_n hv_{kn} = hR\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$$

где R — постоянная Ридберга, h — постоянная Планка. Энергия ионизации атома водорода равна энергии перехода из основного состояния $n = 1$ в состояние $k = \infty$:

$$E_{и} = hR\left(\frac{1}{1} - 0\right) = hR. \qquad (1)$$

Так как по условию атомы водорода находятся в основном состоянии, то минимальная энергия возбуждения $E_{в}$ равна:

$$E_{в\min} = E_2 - E_1 = hR\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}hR.$$

Учитывая выражение (1), получим:

$$E_{в\min} = \frac{3}{4}E_{и}. \qquad (2)$$

В системе отсчета, связанной с центром масс атомов, оба атома водорода имеют скорости, равные $\frac{v}{2}$.

Применим закон сохранения энергии:

$$2\frac{m}{2}\left(\frac{v}{2}\right)^2 = E_k + E_{в}, \text{ или } \frac{mv^2}{4} = E_k + E_{в}, \qquad (3)$$

где E_k — кинетическая энергия атомов после соударения ($E_k \geq 0$), $E_{в}$ — энергия возбуждения атома водорода.

Соударение будет упругим, если

$$\frac{mv^2}{4} < E_{в\min} = \frac{3}{4}E_{и}.$$

Следовательно, из равенства $\frac{mv^2{}_0}{4} = \frac{3}{4}E_{и}$ предельная скорость v_0, ниже которой столкновения атомов являются упругими, будет $v_0 = \sqrt{\frac{3E_{и}}{m}}$.

Подставив числовые значения, получим $v_0 = 6{,}26 \cdot 10^4$ м/с. Заметим, что мы рассмотрели нерелятивистский случай ($v_0 << c$). Пусть v_0 — скорость налетающего атома. Тогда после неупругого столкновения система будет двигаться со скоростью u, модуль которой можно определить из закона сохранения импульса:

$$mv_0 = 2mu; \; u = \frac{v_0}{2}.$$

Частоты излучения v_1 и v_2, наблюдаемые в направлении движения и в противоположном направлении, согласно эффекту Доплера можно определить как $v_1 \approx v_0\left(1+\dfrac{u}{c}\right)$, $v_2 = v_0\left(1-\dfrac{u}{c}\right)$, где v_0 — частота излучения неподвижного атома, c — скорость света.

Отсюда $\dfrac{\Delta v}{v_{\text{ср}}} = 2\dfrac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} = 2\dfrac{\frac{2u}{c}}{2} = \dfrac{2u}{c} = \dfrac{v_0}{c}$.

Подставляя числовые данные, получим:

$$\frac{\Delta v}{v_{\text{ср}}}\cdot 100\% = 2\cdot 10^{-4}\cdot 100\% = 0{,}02\%.$$

10. Определить плотность ядерного вещества, выражаемую числом нуклонов в 1 см^3, если в ядре с массовым числом A все нуклоны плотно упакованы в пределах его радиуса.

Решение

Плотность ядерного вещества можно найти по формуле: $N = \dfrac{A}{V}$, где $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$, тогда учитывая, что $R = R_0\sqrt[3]{A}$, получим $N = \dfrac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3{}_0 A} = \dfrac{3}{4\pi R^3{}_0}$.

$$N = \frac{3}{4\cdot 3{,}14\cdot(1{,}4\cdot 10^{-15})^3} = 8{,}7\cdot 10^{37}\ \text{см}^{-3}.$$

11. В результате нескольких α- и β-распадов радиоактивный атом $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ превратился в атом $^{212}_{83}\mathrm{Bi}$. Сколько произошло α-распадов и β-распадов?

Решение

При β-распаде массовое число ядра не изменяется, а при α-распаде оно уменьшается на 4. Следовательно, в данном случае произошло пять α-распадов. При каждом из них атомный номер ядра уменьшился на 2, т.е. в результате одних только α-распадов получилось бы ядро с атомным номером 80, а не 83. Значит, произошло три β-распада (при каждом из них атомный номер увеличивается на 1).

12. В образцах урановой руды всегда содержится некоторое количество атомов тория-234, образовавшихся в результате α-распада урана-238 (период полураспада $T_U = 4{,}5 \cdot 10^9$ лет). Торий также радиоактивен (период полураспада $T_{Th} = 24$ сут). Сколько атомов тория содержится в образце урановой руды, в котором находится $m = 0{,}5$ г урана-238?

Решение

Число распавшихся за время $\tau << T$ радиоактивных атомов $\Delta N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}} = N_0 \tau ln\frac{2}{T}$. В образце руды одновременно идут два процесса: распад урана, увеличивающий число атомов тория, и распад образовавшихся атомов тория. В результате число атомов тория остается практически неизменным. Приравнивая количества распадов урана и тория, происшедших за одно и то же время, получаем $\frac{N_{Th}}{T_{Th}} = \frac{N_U}{T_U}$. Поскольку $N_U = \frac{mN_A}{M_U}$, находим $N_{Th} = \frac{N_A m T_{Th}}{M T_U} = 1{,}8 \cdot 10^{10}$.

13. Найти минимальную кинетическую энергию W_k протона, способного «разбить» ядро дейтерия на протон и нейтрон.

Решение

Поскольку масса налетевшей на ядро частицы сравнима с массой самого ядра, следует учитывать кинетическую энергию всех продуктов данной реакции. Минимальное значение $W_k = \frac{m_p {\upsilon^2}_0}{2}$, где υ_0 — скорость налетевшего протона, соответствует случаю, когда после «разрушения» ядра все три нуклона движутся с одинаковой скоростью v. Считая $m_p = m_n$, получаем из закона сохранения импульса $v = \frac{v_0}{3}$. Тогда

$$W_k = \Delta m \cdot c^2 + \frac{3m_p(\frac{v_0}{3})^2}{2} = \Delta m \cdot c^2 + \frac{W_k}{3}.$$

Отсюда $W_k = \frac{3\Delta m \cdot c^2}{2} = 3{,}3$ МэВ.

Как видим, энергия протона должна существенно превышать энергию гамма-кванта. Заметим, что W_k немного меньше энергии покоя частиц; следовательно, $v_0 \ll c$ и можно пользоваться формулами классической механики.

14. Образец, содержащий $m = 1{,}0$ мг $^{210}_{84}\mathrm{Po}$, помещен в калориметр с теплоемкостью C = 8,0 Дж/К. В результате α-распада полоний превращается в свинец $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$. На сколько поднимется температура в калориметре за время $\tau = 1$ ч? Масса атома $^{210}_{84}\mathrm{Po}$ равна 209,98287 а.е.м., масса атома $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ равна 205,97447 а.е.м. Период полураспада полония $T = 138$ сут. Считать, что α-частицы не вылетают за пределы калориметра.

Решение

Число распавшихся ядер полония $\Delta N = N_0 \tau \frac{ln}{T}$. При каждом распаде суммарная масса покоя вещества уменьшается на $\Delta m = 5{,}8 \cdot 10^{-3}$ а.е.м., при этом выделяется энергия $W_0 = \Delta m \cdot c^2 = 5{,}4$ МэВ. Температура калориметра поднимается на $\Delta t = \frac{\Delta N \cdot W_0}{C} = \frac{\tau m N_A ln2}{TM} \cdot \frac{W_0}{C} = 65$ К.

15. В результате захвата α-частицы ядром изотопа азота $^{14}_{7}\mathrm{N}$ образуются неизвестный элемент и протон. Написать реакцию и определить неизвестный элемент.

Решение

Запишем ядерную реакцию

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}\to{}^{1}_{1}\mathrm{H}+{}^{A}_{Z}\mathrm{X}. \qquad (1)$$

Так как суммы для массовых чисел и зарядов в правой и левой частях выражения (1) должны быть равными, то $14+4=1+A$, $7+2=1+Z$, откуда $A=17$, $Z=8$. Следовательно, полученный элемент символически можно записать в виде $^{17}_{8}\mathrm{X}$. Из таблицы Менделеева найдем, что это изотоп кислорода $^{17}_{8}\mathrm{O}$.

16. Найти энергию связи ядра изотопа лития $^{7}_{3}\mathrm{Li}$.

Решение

Энергия связи ядра

$$W_{\text{св}}=\Delta mc^2. \qquad (1)$$

Поскольку $\Delta m=Zm_p+(A-Z)m_n-M_z$, равенство (1) можно привести к виду

$$W_{\text{св}}=\left[Zm_p+(A-Z)m_n-M_z\right]c^2$$

Из символической записи изотопа лития $^{7}_{3}\mathrm{Li}$ следует, что $A=7$ и $Z=3$. Подставив значения A и Z в выражение (1), получим

$$W_{\text{св}}=\left[3m_p+4m_n-M_z\right]c^2;$$

$$W_{\text{св}}=\left[(3\cdot1{,}6724\cdot10^{-27}+4\cdot1{,}6748\cdot10^{-27}-11{,}6475\cdot10^{-27})\right]\cdot$$
$$\cdot(3\cdot10^8)^2=6{,}201\cdot10^{-12}\ \text{Дж}.$$

17. Атомный реактор развивает полезную мощность $P=18$ МВт. Сколько урана $^{235}_{92}\mathrm{U}$ расходует он в сутки, если КПД реактора $\eta=16\%$? При делении одного ядра урана выделяется энергия $W_1=200$ МэВ.

Решение

Найдем число атомов урана в любой массе m:

$$N=N_A\frac{m}{M}.$$

При распаде N атомов урана выделится энергия:

$$W=NW_1=N_A\frac{m}{M}W_1.$$

Зная, что КПД реактора $\eta = \frac{P}{P_{\text{затр}}} = \frac{Pt}{W} = \frac{PtM}{N_A m W_1}$, найдем массу, которая расходуется в сутки:

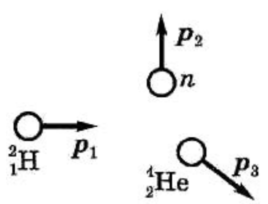
$$m = \frac{PtM}{N_A W_1 \eta} = 118{,}6 \text{ г}.$$

18. Определить, как протекает реакция ${}^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \to {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$. С поглощением или выделением энергии?

Решение

Суммарная масса частиц до реакции $m_1 = 14{,}00752 + 4{,}00388 = 18{,}01140$ (а.е.м.), а после реакции — $m_2 = 17{,}00453 + 1{,}00814 = 18{,}01267$ (а.е.м.). Тогда дефект массы $\Delta m = m_1 - m_2 = -0{,}00127$ а.е.м. Знак минус указывает на то, что ядерная реакция протекает с поглощением энергии. Количество поглощенной энергии при одном акте превращения $\Delta W = 0{,}00127 \cdot 931 = 1{,}18$ МэВ.

19. Ионы дейтерия (дейтроны), ускоренные до энергии $W_1 = 2{,}0$ МэВ, направляют на тритиевую мишень. В результате реакции синтеза из мишени вылетают нейтроны. Какова кинетическая энергия W_2 тех нейтронов, которые вылетают перпендикулярно пучку дейтронов?



Решение

В ядерной реакции ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \to {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$ масса покоя образовавшихся частиц меньше массы покоя частиц, вступивших в реакцию, на $\Delta m = 0{,}0189$ а.е.м. Следовательно, при реакции выделяется энергия $W = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}0189$ а.е.м. $\cdot$ $\cdot\, 931{,}5$ МэВ/а.е.м. $= 17{,}6$ МэВ.

Эта энергия, как и W_1, намного меньше энергии покоя частиц. Следовательно, движение частиц нерелятивистское. Согласно закону сохранения энергии $W_1+W=W_2+W_3$, где W_3 — кинетическая энергия образовавшейся α-частицы. Согласно закону сохранения импульса $p_1=p_2+p_3$ (см. рис.), откуда $p_3=\sqrt{p_1^2+p_2^2}$. Тогда $W_3=\dfrac{p_3^2}{2m_3}=\dfrac{(m_1v_1)^2+(m_2v_2)^2}{2m_3}=\dfrac{W_1}{2}+\dfrac{W_2}{4}$ (мы учли соотношения $m_1=2m_2$, $m_3=4m_2$). С учетом закона сохранения энергии находим $W_2=0{,}4\ (2W+W_1)=14{,}9$ МэВ.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Установите соответствие между физическими явлениями и приборами, в которых используются или наблюдаются эти явления.

1) вакуумный фотоэлемент
2) дифракционная решетка
3) счетчик Гейгера
4) лупа

Излучение ускоренных электронов	Тепловое излучение

2. Установите соответствие между типом ядерных реакций и уравнением ядерной реакции, к которому она относится.

1) $^{235}_{92}\mathrm{Al}+{}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{232}_{90}\mathrm{Th}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$

2) $^{239}_{94}\mathrm{Pu} \rightarrow {}^{235}_{92}\mathrm{U}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$

3) $^{3}_{1}H + ^{3}_{1}H \to ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$

4) $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \to ^{97}_{40}Zr + ^{137}_{52}Te + 2^{1}_{0}n$

5) $^{209}_{82}Pb \to ^{209}_{83}Bi + ^{0}_{-1}e$

α-распад	α-распад	Реакция термоядерного синтеза

3. Как меняются массовое число и зарядовое число ядра при α-распаде?

Установите соответствие между физическими величинами и характером их изменения.

1) уменьшится на 1
2) уменьшится на 2
3) увеличится на 4
4) не изменяется

Массовое число	Зарядовое число ядра

4. Как меняются массовое число и зарядовое число ядра при β-распаде?

Установите соответствие между физическими величинами и характером их изменения.

1) уменьшится на 1
2) уменьшится на 2
3) увеличится на 1
4) не изменяется

Массовое число	Зарядовое число ядра

5. Как изменятся при α-распаде следующие характеристики атомного ядра: массовое число ядра, заряд ядра, число протонов в ядре?

Для каждой величины определите соответствующий характер изменения;

1) увеличивается
2) уменьшается
3) не изменяется

Массовое число ядра	Заряд ядра	Число протонов в ядре

6. Атом водорода при переходе в основное состояние E_1 из возбужденного состояния E_2 излучает фотон. Чему равны длина волны и модуль импульса этого фотона?

Установите соответствие между физическими величинами и формулами, по которым их можно рассчитать.

ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

А) длина волны фотона
Б) модуль импульса фотона

ФОРМУЛЫ

1) $\dfrac{E_2 - E_1}{c}$
2) $\dfrac{E_2 - E_1}{h}$
3) $\dfrac{hc}{E_2 - E_1}$
4) $\dfrac{h}{E_2 - E_1}$

Ответ:

А	Б

7. Атом переходит из возбужденного состояния в основное, излучая при этом фотон. Как изменится энергия этого фотона, его частота и длина волны, если во втором случае атом переходит в основное состояние из возбужденного состояния с более высокой энергией, чем в первом случае? Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Энергия излучаемого фотона	Частота излучаемого фотона	Длина волны излучаемого фотона

8. В опыте по обнаружению фотоэффекта цинковую пластину закрепляют на стержне электрометра, заряжают отрицательно и освещают светом от кварцевой лампы. Определите характер изменения следующих физических величин: числа фотоэлектронов; энергии квантов света; работы выхода электронов из металла, если кварцевую лампу приблизить к цинковой пластине.

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Число фотонов	Энергия квантов света	Работа выхода электронов из металла

9. Монохроматический свет с энергией фотонов $E_ф$ падает на поверхность металла, вызывая фотоэффект. При этом напряжение, при котором фототок прекращается, равно $U_з$. Как изменятся длина волны λ падающего света, модуль задерживающего напряжения $U_з$ и частота $\nu_{кр}$, соответствующая «красной границе» фотоэффекта, если энергия падающих фотонов $E_ф$

уменьшится? (Фотоэффект продолжает наблюдаться.) Для каждой величины определите соответствующий характер изменения:

1) увеличится
2) уменьшится
3) не изменится

Длина волны падающего света	Модуль задерживающего напряжения	«Красная граница» фотоэффекта

10. Определите красную границу фотоэффекта для металла с работой выхода 2 эВ.

Ответ: ____________________ м.

11. Найдите максимальную скорость электронов, освобождаемых при фотоэффекте светом с длиной волны $4 \cdot 10^{-7}$ м с поверхности металла с работой выхода 1,9 эВ.

Ответ: ____________________ м/с.

12. При бомбардировке электронами атомов ртути переходят в возбужденное состояние, если энергия электронов равна 4,9 эВ или превышает это значение. Рассчитайте длину волны света, испускаемого атомом ртути при переходе из первого возбужденного состояния в нормальное.

Ответ: ____________________ м.

13. Определите, какая частица участвует в осуществлении ядерной реакции:

$$^{14}_{7}N + X \to {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H.$$

Ответ: ____________________ .

14. Определите второй продукт ядерной реакции:

$$^{6}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{4}_{2}\mathrm{He} + X.$$

Ответ: ____________________ .

15. Две частицы движутся в вакууме вдоль прямой навстречу друг другу со скоростями 0,5 с и 0,75 с. Определите их относительную скорость.

Ответ: ____________________ м/с.

16. Из приведенных утверждений выберите **два верных** и укажите их номера.

1) 1 астрономическая единица — расстояние, равное среднему радиусу орбиты Земли.
2) Самая далекая от Солнца точка орбиты планеты называется эксцентриситетом.
3) В определенные моменты времени Луна находится между Солнцем и Землей.
4) Ближе всех планет к Солнцу расположена планета Венера.
5) Полный оборот вокруг Земли Луна совершает за 29,5 суток.

Ответ: | | |

17. Рассмотрите таблицу, содержащую сведения о карликовых планетах.

Наименование	**Афелий / перигелий, а. е.**	**Период обращения, лет**	**Радиус, км**	**Масса, кг**
Макемаке	52,8 / 38	306	740	$3 \cdot 10^{21}$
Плутон	49, 3 / 29,7	248	1180	$1{,}3 \cdot 10^{22}$
Церера	3 / 2,5	4,6	487,5	$9{,}4 \cdot 10^{20}$
Эрида	97,6 / 37,9	447	1160	$1{,}7 \cdot 10^{22}$

Выберите *два* утверждения, которые соответствуют характеристикам приведенных карликовых планет.

1) Самой большой плотностью обладает Эрида.
2) Средний радиус орбиты Макемаке примерно равен 67,75 а. е.
3) Самой маленькой плотностью обладает Церера.
4) Частота обращения Цереры примерно равна $6 \cdot 10^{-4}$ сут$^{-1}$.
5) Плутон — планета-гигант.

Ответ: | | |

18. Рассмотрите таблицу, содержащую сведения о планетах.

Параметры	**Планеты**			
	Меркурий	**Венера**	**Земля**	**Марс**
Среднее расстояние до Солнца, а. е.	0,4	0,7	1,0	1,5
Радиус, в радиусах Земли	0,38	0,95	1	0,53
Масса, в массах Земли	0,055	0,815	1	0,108
Период вращения вокруг оси	59 сут.	243 сут.	24 ч	24,6 ч
Период обращения вокруг Солнца	88 сут.	225 сут.	365 сут.	687 сут.
Эксцентриситет орбиты	0,206	0,007	0,017	0,093
Количество спутников	0	0	1	2

Выберите *два* утверждения, которые соответствуют характеристикам приведенных планет.

1) Частота вращения вокруг своей оси больше всего у Меркурия.
2) За время одного оборота Меркурия вокруг Солнца он сделает меньше двух оборотов вокруг своей оси.
3) Среди представленных планет дальше всего от Солнца удалена Земля.
4) Самое большое центростремительное ускорение при движении по орбите у Меркурия.
5) Самая большая первая космическая скорость у Венеры.

Ответ: | | |

19. Выберите два справедливых утверждения.

1) Красные звезды — самые горячие.
2) Звезды продолжают формироваться в нашей Галактике и в настоящее время.
3) В декабре Солнце удаляется на максимальное расстояние от Земли.
4) При одинаковой светимости горячая звезда имеет меньший размер, нежели холодная.
5) Диапазон значений масс существующих звезд намного шире, чем диапазон светимостей.

Ответ: | | |

20. Из предложенных выберите два верные утверждения.

1) Скорость движения Земли по орбите больше, чем скорость Меркурия.
2) Кольца есть только у двух планет Солнечной системы.
3) Глядя на Солнце глазом, мы видим его фотосферу.

4) Серебристые облака являются самыми высокими облаками в земной атмосфере.
5) Кассиопея — экваториальное созвездие.

Ответ: | | |
|---|---|

21. Выберите два справедливых утверждения.

1) В каждом созвездии звезда α ярче звезды β.
2) Звезды одного созвездия обычно находятся близко друг к другу в пространстве.
3) Первые звезды становятся видны на небе каждый вечер в одном и том же положении.
4) Ровно через год в то же время суток в том же пункте расположение звезд и созвездий на небе будет таким же.
5) Очертания созвездий на Марсе практически не отличаются от земных.

Ответ: | | |
|---|---|

Ответы к заданиям для самостоятельного решения

Кинематика

№ задания	Ответ
1	5 с
2	50 км/ч
3	10 м/с
4	4,3 с
5	0,6 с
6	221
7	213
8	211
9	41

Основы динамики

№ задания	Ответ
1	0 м/с^2
2	50 Н
3	3,4 км/с
4	1
5	950 Н
6	2800 Н/м
7	75 Н/м
8	14 Н

№ задания	Ответ
9	3,3 м/с^2
10	3,6 м/с
11	23
12	36
13	222

Элементы статики

№ задания	Ответ
1	200 Н
2	153
3	6 м
4	512
5	20 см

Законы сохранения в механике

№ задания	Ответ
1	2 с
2	0,5 кгм/с
3	–10 Вт
4	1200 Вт
5	25 Дж
6	4 см
7	3,2 кгм/с
8	750 Н

№ задания	Ответ
9	1600 Н/м
10	332
11	34
12	23
13	113

Вращение твердого тела

№ задания	Ответ
1	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$
2	8,3 см
3	1,6 с$^{-1}$
4	10,5 рад/с
5	75 м

Механические колебания и волны

№ задания	Ответ
1	12 000
2	1/4
3	100 Н/м
4	0,4 с
5	0,3 Дж
6	2 с
7	312
8	7,2 м/с^2

Молекулярная физика

№ задания	Ответ
1	$0{,}7 \cdot 10^5$Па
2	$12{,}6 \cdot 10^{23}$
3	в 5/4 раза
4	уменьшилось в 9 раз
5	6 Па
6	10,2 МПа
7	425 м/с
8	25 см^2
9	21
10	322

Термодинамика

№ задания	Ответ
1	13 200 кДж
2	1 кДж
3	5 кг
4	получил 500 Дж
5	60%
6	2,5 кДж
7	123
8	1233123
9	211
10	222

Электрическое поле

№ задания	Ответ
1	$5{\cdot}10^5$ Н/Кл
2	увеличится в 2 раза
3	36 Дж
4	3 кВ/м
5	2,8 раза
6	91,7 В
7	34
8	312
9	25
10	31

Постоянный электрический ток

№ задания	Ответ
1	6,8 В
2	660 Дж
3	5 Ом
4	18 кДж
5	1 Ом
6	4,1 А
7	60 мкДж
8	4 Ом
9	5 В
10	13,3 В

№ задания	Ответ
11	112
12	222
13	14
14	21
15	112
16	121
17	31
18	221

Магнитное поле

№ задания	Ответ
1	19 мкТл
2	2,5 мТл
3	0,1 Нм
4	0,05 Н
5	0,02 Тл
6	0,2 м
7	0,01 м
8	$9 \cdot 10^{-9}$ с
9	23
10	232
11	223
12	32
13	232
14	31

Электромагнитные колебания и волны

№ задания	Ответ
1	34
2	211
3	213
4	24
5	23
6	89, 485 км
7	4,2 мГн

Геометрическая оптика

№ задания	Ответ
1	32
2	222
3	223
4	312
5	31
6	12,5 дптр
7	40°
8	40°
9	2
10	1,2 м
11	1,25 м

Волновая оптика

№ задания	Ответ
1	0,11 мкм
2	усилится
3	100 нм
4	9
5	8
6	$2\cdot10^{-7}$м
7	$6\cdot10^{-7}$м
8	$1{,}03\cdot10^{-5}$м/с
9	$0{,}5\cdot10^{-6}$ м
10	$6\cdot10^{-6}$ м

Основы специальной теории относительности. Квантовая физика. Физика атома и атомного ядра. Состав атомных ядер. Радиоактивность. Элементы астрофизики

№ задания	Ответ
1	13
2	253
3	32
4	43
5	222
6	31
7	112
8	133

№ задания	Ответ
9	123
10	$6{,}2 \cdot 10^{-7}$ м
11	$6{,}5 \cdot 10^{-6}$ м/с
12	$2{,}5 \cdot 10^{-7}$ м
13	$^{4}_{2}He$
14	$^{3}_{1}H$
15	$2{,}73 \cdot 10^{8}$ м/с $= 0{,}91$ с
16	13
17	14
18	24
19	24
20	34
21	45

Рекомендуемая литература

1. *Дмитриев С.Н., Васюков В.И., Струков Ю.Л.* Физика: Сборник задач для поступающих в вузы. Изд. 6-е, доп. — М.: Ориентир, 2004.

2. *Буховцев Б.Б., Кривченко Б.Д., Мякишев Г.Я., Сараева И.М.* Сборник задач по элементарной физике. — М.: Наука, 1987.

3. *Андреев А.Г., Гладков Н.А., Струков Ю.А.* Конкурсные задачи по математике и физике: Пособие для поступающих в МГТУ им. Н.Э. Баумана / Под ред. С.В. Белова. — М.: Машиностроение, 1993.

4. Сборник задач по физике / под ред. С.М. Козела. — М.: Наука, 1983.

5. Справочное пособие для абитуриента: Программы и содержание заданий вступительных экзаменов по физике, математике, русскому языку и литературе / под ред. С.В. Белова. — М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999.

6. Задачи вступительных испытаний и олимпиад по физике в МГУ. — М., 2005.

7. Билеты вступительных экзаменов в МФТИ. — М., 2005.

8. Варианты письменных профильных тестирований по физике. — М.: МИЭТ, 2004.

10. *Горбунов А.К., Панаиотти Э.Д.* Сборник задач по физике для поступающих в вуз. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.

Оглавление

Издание для дополнительного образования
қосымша білім алуға арналған баспа

Для старшего школьного возраста
мектеп жасындағы ересек балаларға арналған

ЕГЭ. СДАЕМ БЕЗ ПРОБЛЕМ

Зорин Николай Иванович

ЕГЭ 2019
ФИЗИКА
ЗАДАНИЯ, ОТВЕТЫ, КОММЕНТАРИИ
(орыс тілінде)

Ответственный редактор *А. Жилинская*
Ведущий редактор *Т. Судакова*
Художественный редактор *Г. Златогоров*
Технический редактор *Л. Зотова*
Компьютерная верстка *М. Лазуткина*
Корректор *Т. Кожевникова*

ООО «Издательство «Эксмо»
123308, Москва, ул. Зорге, д. 1. Тел.: 8 (495) 411-68-86.
Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru
Өндіруші: «ЭКСМО» АҚБ Баспасы, 123308, Мәскеу, Ресей, Зорге көшесі, 1 үй.
Тел.: 8 (495) 411-68-86.
Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru.
Тауар белгісі: «Эксмо»
Интернет-магазин : www.book24.ru
Интернет-дүкен : www.book24.kz
Импортёр в Республику Казахстан ТОО «РДЦ-Алматы».
Қазақстан Республикасындағы импорттаушы «РДЦ-Алматы» ЖШС.
Дистрибьютор и представитель по приему претензий на продукцию,
в Республике Казахстан: ТОО «РДЦ-Алматы»
Қазақстан Республикасында дистрибьютор және өнім бойынша арыз-талаптарды
қабылдаушының өкілі «РДЦ-Алматы» ЖШС,
Алматы қ., Домбровский көш., 3«а», литер Б, офис 1.
Тел.: 8 (727) 251-59-90/91/92; E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz
Өнімнің жарамдылық мерзімі шектелмеген.
Сертификация туралы ақпарат сайтта: www.eksmo.ru/certification

Сведения о подтверждении соответствия издания согласно законодательству РФ
о техническом регулировании можно получить на сайте Издательства «Эксмо»
www.eksmo.ru/certification
Өндірген мемлекет: Ресей. Сертификация қарастырылған

Продукция соответствует требованиям ТР ТС 007/2011.

Дата изготовления / Подписано в печать 21.05.2018. Формат 60x90 $^{1}/_{16}$.
Гарнитура «SchoolBook». Печать офсетная. Усл. печ. л. 14,0.
Тираж экз. Заказ .

Оптовая торговля книгами «Эксмо»:
ООО «ТД «Эксмо». 142700, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное,
Белокаменное ш., д. 1, многоканальный тел.: 411-50-74.
E-mail: **reception@eksmo-sale.ru**

По вопросам приобретения книг «Эксмо» зарубежными оптовыми покупателями *обращаться в отдел зарубежных продаж ТД «Эксмо»*
E-mail: **international@eksmo-sale.ru**

International Sales: International wholesale customers should contact Foreign Sales Department of Trading House «Eksmo» for their orders.
international@eksmo-sale.ru

По вопросам заказа книг корпоративным клиентам, в том числе в специальном оформлении, *обращаться по тел.: +7 (495) 411-68-59, доб. 2261.*
E-mail: **ivanova.ey@eksmo.ru**

Оптовая торговля бумажно-беловыми
и канцелярскими товарами для школы и офиса «Канц-Эксмо»:
Компания «Канц-Эксмо»: 142702, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное-2,
Белокаменное ш., д. 1, а/я 5. Тел.:/факс +7 (495) 745-28-87 (многоканальный).
e-mail: **kanc@eksmo-sale.ru**, сайт: www.**kanc-eksmo.ru**

В Санкт-Петербурге: в магазине «Парк Культуры и Чтения БУКВОЕД», Невский пр-т, д. 46.
Тел.: +7(812)601-0-601, **www.bookvoed.ru**

Полный ассортимент книг издательства «Эксмо» для оптовых покупателей:
Москва. ООО «Торговый Дом «Эксмо». Адрес: 142701, Московская область, Ленинский р-н, г. Видное, Белокаменное шоссе, д. 1. Телефон: +7 (495) 411-50-74. **E-mail:** reception@eksmo-sale.ru
Нижний Новгород. Филиал «Торгового Дома «Эксмо» в Нижнем Новгороде. Адрес: 603094, г. Нижний Новгород, ул. Карпинского, д. 29, бизнес-парк «Грин Плаза». Телефон: +7 (831) 216-15-91 (92, 93, 94). **E-mail:** reception@eksmonn.ru
Санкт-Петербург. ООО «СЗКО». Адрес: 192029, г. Санкт-Петербург, пр. Обуховской Обороны, д. 84, лит. «Е». Телефон: +7 (812) 365-46-03 / 04. **E-mail:** server@szko.ru
Екатеринбург. Филиал ООО «Издательство Эксмо» в г. Екатеринбурге. Адрес: 620024, г. Екатеринбург, ул. Новинская, д. 2щ. Телефон: +7 (343) 272-72-01 (02/03/04/05/06/08). **E-mail:** petrova.ea@ekat.eksmo.ru
Самара. Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Самаре. Адрес: 443052, г. Самара, пр-т Кирова, д. 75/1, лит. «Е». Телефон: +7(846)207-55-50. **E-mail:** RDC-samara@mail.ru
Ростов-на-Дону. Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Ростове-на-Дону. Адрес: 344023, г. Ростов-на-Дону, ул. Страны Советов, д. 44 А. Телефон: +7(863) 303-62-10. **E-mail:** info@rnd.eksmo.ru
Центр оптово-розничных продаж Cash&Carry в г. Ростове-на-Дону. Адрес: 344023, г. Ростов-на-Дону, ул. Страны Советов, д. 44 В. Телефон: (863) 303-62-10. Режим работы: с 9-00 до 19-00. **E-mail:** rostov.mag@rnd.eksmo.ru
Новосибирск. Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Новосибирске. Адрес: 630015, г. Новосибирск, Комбинатский пер., д. 3. Телефон: +7(383) 289-91-42. **E-mail:** eksmo-nsk@yandex.ru
Хабаровск. Обособленное подразделение в г. Хабаровске. Адрес: 680000, г. Хабаровск, пер. Дзержинского, д. 24, литера Б, офис 1. Телефон: +7(4212) 910-120. **E-mail:** eksmo-khv@mail.ru
Тюмень. Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Тюмени. Центр оптово-розничных продаж Cash&Carry в г. Тюмени. Адрес: 625022, г. Тюмень, ул. Алебашевская, д. 9А (ТЦ Перестройка+). Телефон: +7 (3452) 21-53-96/ 97/ 98. **E-mail:** eksmo-tumen@mail.ru
Краснодар. ООО «Издательство «Эксмо» Обособленное подразделение в г. Краснодаре Центр оптово-розничных продаж Cash&Carry в г. Краснодаре Адрес: 350018, г. Краснодар, ул. Сормовская, д. 7, лит. «Г». Телефон: (861) 234-43-01(02).
Республика Беларусь. ООО «ЭКСМО АСТ Си энд Си». Центр оптово-розничных продаж Cash&Carry в г.Минске. Адрес: 220014, Республика Беларусь, г. Минск, пр-т Жукова, д. 44, пом. 1-17, ТЦ «Outleto». Телефон: +375 17 251-40-23; +375 44 581-81-92. Режим работы: с 10-00 до 22-00. **E-mail:** exmoast@yandex.by
Казахстан. РДЦ Алматы. Адрес: 050039, г. Алматы, ул. Домбровского, д. 3 «А». Телефон: +7 (727) 251-59-90 (91,92). **E-mail:** RDC-Almaty@eksmo.kz
Интернет-магазин: www.book24.kz
Украина. ООО «Форс Украина». Адрес: 04073 г. Киев, ул. Вербовая, д. 17а. Телефон: +38 (044) 290-99-44. **E-mail:** sales@forsukraine.com

Полный ассортимент продукции Издательства «Эксмо» можно приобрести в книжных магазинах «Читай-город» и заказать в интернет-магазине www.chitai-gorod.ru.
Телефон единой справочной службы 8 (800) 444 8 444. Звонок по России бесплатный.

Интернет-магазин ООО «Издательство «Эксмо»
www.book24.ru
Розничная продажа книг с доставкой по всему миру.
Тел.: +7 (495) 745-89-14. E-mail: **imarket@eksmo-sale.ru**

ISBN 978-5-04-094042-4

9 785040 940424 >

Знак информационной продукции согласно Федеральному закону от 29.12.2010 г. N 436-ФЗ
6+

BOOK24.RU
ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН
ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН
BOOK24.RU

ДЛЯ ЗАМЕТОК

С ПОМОЩЬЮ ЭТОЙ КНИГИ ВЫ:

- ОТРАБОТАЕТЕ НАВЫКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОВЫШЕННОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ;
- ЗАКРЕПИТЕ И УГЛУБИТЕ ЗНАНИЯ ПО ВСЕМ ТЕМАМ КУРСА;
- СОКРАТИТЕ ВРЕМЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ И ПОЛУЧИТЕ ОТЛИЧНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ.

ФИЗИКА

ЗАДАНИЯ, ОТВЕТЫ, КОММЕНТАРИИ

В серии «ЕГЭ. Сдаём без проблем» выходят пособия по основным предметам: русскому языку, литературе, математике, физике, химии, биологии, географии, информатике, истории, обществознанию и иностранным языкам.

ГАРАНТИЯ УСПЕХА НА ЭКЗАМЕНЕ!

#эксмодетство

ISBN 978-5-04-094042-4

9 785040 940424 >

www.vk.com/eksmo_kids