Решебник. Физика. Подготовка к ЕГЭ–2020. 35 тренировочных вариантов по демоверсии 2020 года. : учебно-методическое пособие — 2019. — 129 с.

Учебно-методическое пособие содержит решение заданий с развёрнутым ответом всех вариантов книги издательства Легион **Физика. Подготовка к ЕГЭ-2020. 35 тренировочных вариантов по демоверсии 2020 года.**

Книга адресована выпускникам общеобразовательных учреждений, учителям и методистам.

Оглавление

Решение варианта № 1 5
Решение варианта № 2 9
Решение варианта № 3 13
Решение варианта № 4 16
Решение варианта № 5 19
Решение варианта № 6 22
Решение варианта № 7 25
Решение варианта № 8 28
Решение варианта № 9 32
Решение варианта № 10 36
Решение варианта № 11 39
Решение варианта № 12 44
Решение варианта № 13 48
Решение варианта № 14 52
Решение варианта № 15 58
Решение варианта № 16 62
Решение варианта № 17 67
Решение варианта № 18 71
Решение варианта № 19 74
Решение варианта № 20 77
Решение варианта № 21 79
Решение варианта № 22 81
Решение варианта № 23 83
Решение варианта № 24 86
Решение варианта № 25 89
Решение варианта № 26 92
Решение варианта № 27 97
Решение варианта № 28 101
Решение варианта № 29 105
Решение варианта № 30 109
Решение варианта № 31 113
Решение варианта № 32 116
Решение варианта № 33 119

Решение варианта № 34 122
Решение варианта № 35 126

Решения

Вариант 1

27. Ток через витки катушки 1 течёт против часовой стрелки, значит, по правилу правой руки вектор магнитной индукции будет направлен вверх. При выдвигании катушки 1 из катушки 2 возникнет явление электромагнитной индукции. Согласно правилу Ленца индукционный ток будет направлен так, чтобы препятствовать изменению магнитного потока, а следовательно, ток в витках катушки 2 тоже будет направлен против часовой стрелки. Поэтому ток через гальванометр будет течь справа налево.

28. Обозначим все силы, действующие на груз (см. рис. 1).

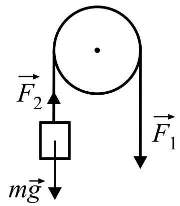


Рис. 1

По II-му закону Ньютона

$$\vec{F}_2 + m\vec{g} = m\vec{a}.$$

В проекции на оси Oy

$$F_2 - mg = ma.$$

Так как блок неподвижен, то $F_1 = F_2$.

Путь, пройденный грузом, $S = \dfrac{at^2}{2}$, откуда

$$a = \frac{2S}{t^2}.$$

Тогда $F_1 - mg = m\dfrac{2S}{t^2}$. Следовательно, $m = \dfrac{F_1}{g + \dfrac{2S}{t^2}}$.

Считаем

$$m = \frac{4{,}2\ \text{Н}}{10\ \text{м/с}^2 + \dfrac{2 \cdot 1\ \text{м}}{4\ \text{с}^2}} = 0{,}4\ \text{кг}.$$

Ответ: 400 г.

29. Переведём в единицы измерения СИ.
$M = 0{,}2$ кг, $l = 0{,}79$ м, $m = 9 \cdot 10^{-3}$ кг.

Сделаем поясняющий рисунок 2.

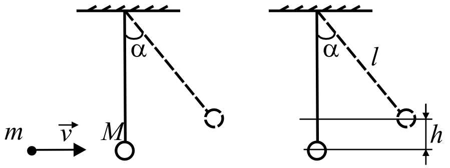


Рис. 2

Согласно закону сохранения импульса,

$$m\vec{v} = (m + M)\vec{u},$$
$$mv = (m + M)u.$$

Откуда

$$u = \frac{mv}{m + M}.$$

Согласно закону сохранения энергии,

$$\frac{(M + m)u^2}{2} = (M + m)gh,$$

или

$$\frac{m^2v^2}{2(m + M)^2} = gh.$$

Так как $h = l - l\cos\alpha = l(1 - \cos\alpha)$, то

$$\frac{m^2v^2}{2(m + M)^2} = gl(1 - \cos\alpha).$$

Тогда

$$\cos\alpha = 1 - \frac{m^2v^2}{2(m + M)^2gl}.$$

Считаем

$$\cos\alpha = 1 - \frac{50^2 \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot 9^2 \cdot 10^{-6} \text{ кг}^2}{2 \cdot 0{,}209^2 \text{ кг}^2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 0{,}79 \text{ м}} = 0{,}707.$$
$$\alpha = \arccos(0{,}707) = 45°.$$

Ответ: 45°.

30. Выясним, в каких процессах система получает тепло, а в каких — отдаёт.

Процесс 1–2: давление увеличивается, объём увеличивается, следовательно, температура тоже увеличивается и $\Delta U > 0$, $A > 0$, $Q > 0$.

Процесс 2–3: давление уменьшается, объём остаётся постоянным, следовательно, температура уменьшается и $\Delta U < 0$, $A = 0$, $Q < 0$.

Процесс 3–1: давление остаётся постоянным, объём уменьшается, следовательно, температура уменьшается и $\Delta U < 0$, $A < 0$, $Q < 0$.

Тогда

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} \cdot 100\,\%.$$

Работу найдём как площадь, ограниченную кривой цикла:

$$A = \frac{1}{2}V_0p_0.$$

Из первого начала термодинамики

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12},$$

где $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu R(p_2V_2 - p_1V_1) = \frac{3}{2}(4V_0p_0 - V_0p_0) = \frac{9}{2}V_0p_0.$

$$A_{12} = \frac{1}{2}V_0p_0 + V_0p_0 = \frac{3}{2}V_0p_0.$$

Тогда

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}V_0p_0 \cdot 100\%}{\frac{9}{2}V_0p_0 + \frac{3}{2}V_0p_0} = \frac{100\,\%}{12} = 8{,}3\,\%.$$

Ответ: 8,3 %.

31. После соединения шариков их потенциалы станут одинаковы:

$$k\frac{q_1}{R_1} = k\frac{q_2}{R_2}.$$

Так как $q_1 + q_2 = q$, то

$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q - q_1}{R_2},$$

откуда $q_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{q}{R_2}.$

$$q_1 = q\frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

Считаем

$$q_1 = 8 \text{ нКл} \cdot \frac{5 \text{ см}}{20 \text{ см}} = 2 \text{ нКл}.$$

Ответ: 2 нКл.

32. Применим закон радиоактивного распада:

$$N_1 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}},$$

$$N_2 = N_0 \cdot 2^{-\frac{t_2}{T}}.$$

Тогда

$$\frac{N_0}{N_2} = 2^{-\frac{t_2}{T}},$$

где

$$T = t_1 \cdot \frac{\ln 2}{\ln \frac{N_0}{N_1}}.$$

Следовательно,

$$\frac{N_0}{N_2} = 2^{-\frac{t_2}{t_1} \cdot \frac{\ln \frac{N_0}{N_1}}{\ln 2}}.$$

Считаем

$$\frac{N_2}{N_0} = 2^{\frac{5}{2} \cdot \frac{1,8}{0,69}} = 90.$$

Ответ: в 90 раз.

Вариант 2

27. Ток через витки катушки 1 течёт против часовой стрелки, значит, по правилу правой руки, вектор магнитной индукции будет направлен вверх. При вдвигании катушки 1 в катушку 2 возникнет явление электромагнитной индукции. Согласно правилу Ленца индукционный ток будет направлен так, чтобы препятствовать изменению магнитного потока. А следовательно, ток в витках катушки 2 тоже будет направлен по часовой стрелке. Поэтому ток через гальванометр будет течь слева направо.

28. Сделаем поясняющий рисунок (см. рис. 3).

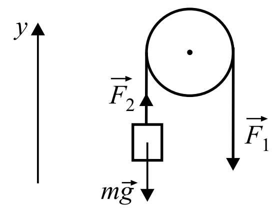


Рис. 3

По II-му закону Ньютона
Oy: $F_2 - mg = ma$.

Путь, пройденный грузом $S = \frac{at^2}{2}$, откуда $a = \frac{2S}{t^2}$.

Так как блок неподвижный и нить невесомая, то $F_2 = F$.
Тогда

$$F - mg = \frac{2Sm}{t^2},$$

поэтому

$$g = \frac{F}{m} - \frac{2S}{t^2}.$$

Считаем

$$g = \frac{5}{0,5} - \frac{2 \cdot 1}{2^2} = 9,5\ (\text{м/с}^2).$$

Ответ: 9,5 м/с^2.

29. Сделаем поясняющий рисунок (см. рис. 4).
Согласно закону сохранения импульса

$$mv_{\text{пули}} = (M + m)v_0,$$

откуда $v_{\text{пули}} = \left(\frac{M}{m} + 1\right)v_0$.

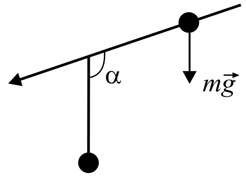


Рис. 4

Применим к шару закон сохранения энергии:

$$\frac{(M+m)v_0^2}{2} - (M+m)gh + \frac{(M+m)v^2}{2},$$

или

$$v_0^2 = 2gh + v^2.$$

Высота, на которую поднялся шар,

$$h = l + l\cos(180^\circ - \alpha) = l(1 + \cos(180^\circ - \alpha)).$$

Тогда

$$v_0^2 = 2gl(1 + \cos(180^\circ - \alpha)) + v^2.$$

Скорость шара найдём, используя II закон Ньютона:

$$(M+m)g\cos(180^\circ - \alpha) = (M+m)\frac{v^2}{l},$$

откуда $v^2 = gl\cos(180^\circ - \alpha)$.

Получаем

$$v_0^2 = 2gl(1 + \cos(180^\circ - \alpha)) + gl\cos(180^\circ - \alpha),$$
$$v_0^2 = gl(2 + 3\cos(180^\circ - \alpha)),$$

тогда

$$v_{\text{пули}} = \left(\frac{M}{m} + 1\right)\sqrt{gl(2 + 3\cos(180^\circ - \alpha))}.$$

Считаем

$$v_{\text{пули}} = \left(\frac{203}{9} + 1\right)\sqrt{10 \cdot 0{,}6(2 + 3\cos(60^\circ))} = 100\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 100 м/с.

30. КПД цикла

$$\eta = \frac{A}{Q_1}.$$

Работу рассчитаем графически

$$A = \frac{1}{2}(3p_0 - p_0)(2V_0 - V_0) = p_0V_0.$$

Определим, в каких процессах газ получает теплоту.

1–2: $p \nearrow,\ V \searrow,\ T \nearrow;\ \Delta U > 0,\ A < 0, Q < 0.$

2–3: $p = const,\ V \nearrow,\ T \nearrow;\ \Delta U > 0,\ A > 0, Q > 0.$

3–1: $V = const,\ p \searrow,\ T \searrow;\ \Delta U < 0,\ A = 0, Q < 0.$

Следовательно, $Q_1 = Q_{23}$.

Согласно I началу термодинамики

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}.$$

Изменение внутренней энергии

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}(3p_0 \cdot 2V_0 - 3p_0V_0) = \frac{9}{2}p_0V_0.$$

Работа газа в процессе 2–3

$$A_{23} = 3p_0 \cdot (2V_0 - V_0) = 3p_0V_0.$$

Тогда $Q_{23} = \frac{9}{2}p_0V_0 + 3p_0V_0 = \frac{15}{2}p_0V_0.$

$$\eta = \frac{p_0V_0}{\frac{15}{2}p_0V_0} = \frac{2}{15} = 0{,}13.$$

Ответ: 13%.

31. По закону Ома

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

по закону Джоуля — Ленца

$$P = I^2R.$$

Тогда $R = \dfrac{P}{I^2}$ и $I = \dfrac{\mathcal{E}}{\dfrac{P}{I^2} + r}.$

Получаем

$$\begin{cases} I_1\left(\dfrac{P_1}{I_1^2} + r\right) = \mathcal{E}, \\ I_2\left(\dfrac{P_2}{I_2^2} + r\right) = \mathcal{E}. \end{cases}$$

Решаем систему уравнений:

$$\frac{P_1}{I_1} + I_1r = \frac{P_2}{I_2} + I_2r,$$

$$r = \frac{\dfrac{P_1}{I_1} - \dfrac{P_2}{I_2}}{I_2 - I_1},$$

Считаем

$$r = \frac{\frac{6}{2} - \frac{4}{1}}{1 - 2} = 1\,(\text{Ом}),\ \mathcal{E} = \frac{6}{2} + 2 \cdot 1 = 5\,(\text{В}).$$

Ответ: 1 Ом, 5 В.

32. Сделаем чертёж (см. рис. 5).

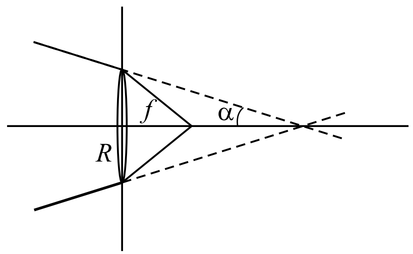


Рис. 5

Согласно формуле тонкой линзы

$$-\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

откуда

$$d = \frac{fF}{F - f}.$$

Тогда $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{R}{d} = \dfrac{R(F-f)}{fF}$.

Считаем

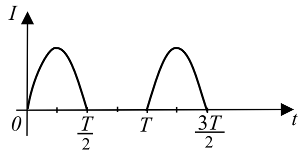
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4\text{ см}(15\text{ см} - 2{,}5\text{ см})}{15\text{ см} \cdot 2{,}5\text{ см}} = \frac{4}{3},$$

откуда $\alpha \approx 53^\circ$.

Ответ: 53°.

Вариант 3

27. График зависимости силы тока, протекающего через резистор R_2, от времени:



28. Сделаем поясняющий рисунок 6

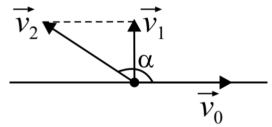


Рис. 6

Согласно закону сложения скоростей

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 + \vec{v}_0.$$

Угол $\alpha = 90^\circ + \arccos\dfrac{v_1}{v_2}$, где $v_1 = \sqrt{v_2^2 - v_0^2}$.

Тогда

$$\alpha = 90^\circ + \arccos\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{v_2}\right)^2}.$$

Считаем $\alpha = 90^\circ + \arccos\sqrt{1 - \left(\dfrac{0{,}6}{1{,}2}\right)^2} = 120^\circ$.

Ответ: 120°.

29. Так как сила трения не может изменить направление движения, исключим её из рассмотрения, чтобы выяснить, в каком направлении движутся грузы.

Сделаем поясняющий рисунок 7. Предположим, что груз массой m движется вниз.

Запишем II закон Ньютона для грузов:

$$Ox_1\colon\ m_1 g \sin\alpha - T_1 = m_1 a,$$
$$Ox_2\colon\ T_2 - m_2 g \sin\beta = m_2 a.$$

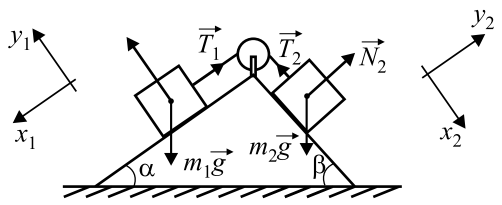


Рис. 7

Согласно III закону Ньютона $T_1 = T_2$, тогда

$$a = g\frac{m_1 \sin\alpha - m_2 \sin\beta}{m_1 + m_2}.$$

Считаем

$$a = 10 \cdot \frac{2{,}5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{1}{2}}{2{,}5 + 3} = 1{,}2 \text{ м/с}^2 > 0.$$

Направление движения выбрано верно.

Тогда с учётом силы трения.

$$Ox_1:\ m_1 g \sin\alpha - T - F_{\text{тр}1} = m_1 a.$$
$$Oy_1:\ N_1 - m_1 g \cos\alpha = 0.$$
$$Ox_2:\ T - m_2 g \sin\beta - F_{\text{тр}2} = m_2 a.$$
$$Oy_2:\ N_2 - m_2 g \cos\beta = 0.$$

Сила трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N$, поэтому

$$m_1 g \sin\alpha - T - \mu m_1 g \cos\alpha = m_1 a,$$
$$T - m_2 g \sin\beta - \mu m_2 g \cos\beta = m_2 a.$$

Откуда

$$a = g\frac{m_1(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m_2(\sin\beta + \mu\cos\beta)}{m_1 + m_2}.$$

Считаем

$$a = 10 \cdot \frac{2{,}5\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}1 \cdot \frac{1}{2}\right) - 3\left(\frac{1}{2} + 0{,}1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{2{,}5 + 3} = 0{,}51 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $0{,}51$ м/с^2.

30. Согласно уравнению Клапейрона — Менделеева наименьшая температура будет в той точке, в которой и давление и объём наименьшие

$$T_{min} = \frac{p_0 V_0}{\nu R},$$

а наибольшая там, где давление и объём наибольшие

$$T_{max} = \frac{2p_0 2V_0}{\nu R} = \frac{4p_0 V_0}{\nu R}.$$

Тогда КПД цикла Карно

$$\eta = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}},$$

$$\eta = \frac{\frac{4p_0V_0}{\nu R} - \frac{p_0V_0}{\nu R}}{\frac{4p_0V_0}{\nu R}} = \frac{3}{4} = 0{,}75.$$

Ответ: 75 %.

31. По закону Ома для полной цепи

$$I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r},$$

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r},$$

откуда $I_{\text{к.з.}} \cdot r = I_1(R_1 + r)$, тогда

$$r = \frac{I_1 R_1}{I_{\text{к.з.}} - I_1}, \quad r = \frac{24 \cdot 3}{6 - 2{,}4} = 2 \text{ Ом}.$$

ЭДС источника $I_{\text{к.з.}} = 6 \cdot 2 = 12$ В.

Мощность, выделяющаяся в резисторе:

$$P_2 = I_2^2 R_2 = \left(\frac{\mathcal{E}}{r + R_2}\right)^2 R_2.$$

Считаем

$$P_2 = \left(\frac{12}{2 + 4}\right)^2 \cdot 4 = 16 \text{ (Вт)}.$$

Ответ: 16 Вт.

32. Согласно II постулату Бора $\frac{hc}{\lambda} = E_n - E_m$, откуда

$$\lambda = \frac{hc}{E_n - E_m}.$$

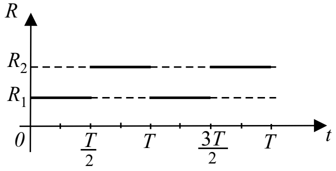
Энергия атома водорода $E_n = \frac{-13{,}6}{n^2}$, тогда

$$\lambda = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{-13{,}6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{1}\right)} = 120 \text{ (нм)}.$$

Ответ: 120 нм.

Вариант 4

27. График зависимости сопротивления внешней цепи от времени.



28. Согласно II закону Ньютона

$$m_{\text{п}}g + mg = \rho V g,$$

$$m_{\text{п}} + m = \rho V.$$

Объём плота $V = NV_0$, масса плота $m_{\text{п}} = \rho_{\text{c}} N V_0$.

Тогда $\rho_{\text{c}} N V_0 + m = \rho N V_0$, откуда

$$m = NV_0(\rho - \rho_{\text{c}}).$$

Считаем

$$m = 10 \cdot 0{,}35(1000 - 400) = 2100\,(\text{кг}).$$

Ответ: 2100 кг.

29. Центр тяжести поднимаемого грунта лежит на глубине $\dfrac{h}{2}$, поэтому

$$A = mg\frac{h}{2},$$

где масса грунта

$$m = \rho V = \rho\pi\frac{d^2}{4}h.$$

Тогда

$$A = g\rho\pi\frac{d^2}{8}h^2,$$

$$h = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{2A}{g\rho_0\pi}}.$$

Считаем

$$h = \frac{2}{1}\sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}15 \cdot 10^6}{10 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 3{,}14}} = 15\,(\text{м}).$$

Ответ: 15 м.

30. Условие равновесия для поршня до того, как на него положили гирю,

$$mg = p_1 S,$$

после — $mg + m_2 g = p_2 S$.

Тогда $mg + m_2 g = mg \cdot \dfrac{p_2}{p_1}$, откуда $m_2 = m\left(\dfrac{p_2}{p_1} - 1\right)$.

Уравнение состояния идеального газа

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2},$$

откуда $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{T_2}{T_1} \cdot \dfrac{V_1}{V_2}$.

Масса гири

$$m_2 = m\left(\frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} - 1\right).$$

Считаем

$$m_2 = 10 \cdot \left(\frac{100 + 273}{25 + 273} \cdot 1{,}25 - 1\right) = 5{,}6\,(\text{кг}).$$

Ответ: 5,6 кг.

31. Рассмотрим горизонтальный конденсатор (см. рис. 8)

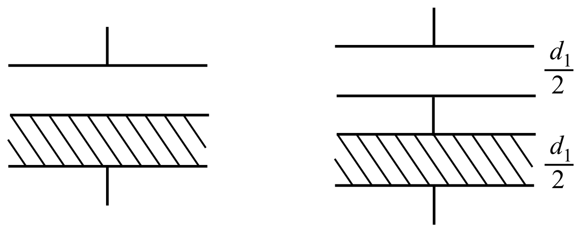


Рис. 8

Его можно представить как два последовательно соединённых конденсатора — воздушный и заполненный маслом.

Тогда эквивалентная ёмкость $C_1 = \dfrac{C_{\text{в}1} \cdot C_{\text{м}1}}{C_{\text{в}1} + C_{\text{м}1}}$,

где $C_{\text{в}1} = \dfrac{\varepsilon_0 S_1}{\frac{d_1}{2}} = \dfrac{2\varepsilon_0 S_1}{d_1}$, $C_{\text{н}1} = \dfrac{2\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{d_1}$.

Или

$$C_1 = \frac{\dfrac{2\varepsilon_0 S_1}{d_1} \cdot \dfrac{2\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{d_1}}{\dfrac{2\varepsilon_0 S_1}{d_1} + \dfrac{2\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{d_1}} = \frac{\dfrac{2\varepsilon_0 S_1}{d_1} \cdot \dfrac{2\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{d_1}}{\dfrac{2\varepsilon_0 S_1}{d_1}(1 + \varepsilon)} = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{(1 + \varepsilon)d_1}.$$

В случае вертикального конденсатора его можно представить как параллельно соединенные конденсаторы (см. рис. 9).

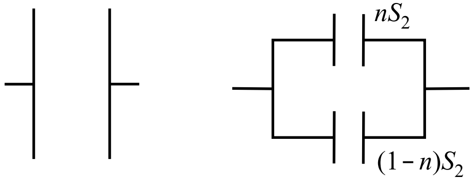


Рис. 9

Ёмкость в данном случае:

$$C_2 = C_{в2} + C_{н2},$$

где $C_{в2} = \dfrac{\varepsilon_0 n S_2}{d_2}$, $\quad C_{н2} = \dfrac{\varepsilon\varepsilon_0(1-n)S_2}{d_2}$.

$$C_2 = \frac{\varepsilon_0 n S_2}{d_2} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0(1-n)S_2}{d_2} = \frac{\varepsilon_0 S_2}{d_2}(n+\varepsilon-\varepsilon n) = \frac{\varepsilon_0 S_2}{d_2}(\varepsilon + n(1-\varepsilon)).$$

Получаем

$$\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 S_1}{(1+\varepsilon)d_1} = \frac{\varepsilon_0 S_2}{d_2}(\varepsilon + n(1-\varepsilon)),$$

откуда $\dfrac{2\varepsilon}{1+\varepsilon} = \varepsilon + n(1-\varepsilon)$.

Тогда

$$n = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}.$$

Считаем $n = \dfrac{2{,}5}{1+2{,}5} = 0{,}71$.

Получаем $\eta = 1 - n = 0{,}29$.

Ответ: 0,29.

32. Импульс релятивистского электрона

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}},$$

тогда

$$p = \frac{9\cdot 10^{-31}\cdot 0{,}85\cdot 3\cdot 10^8}{\sqrt{1-(0{,}85)^2}} = 4{,}4\cdot 10^{-22}\ \text{кг·м/с}.$$

Ответ: $4{,}4\cdot 10^{-22}$ кг·м/с.

Вариант 5

27. 1) Масса жидкости в сосуде будет уменьшаться.

2) Вода и водяной пар находятся в закрытом сосуде длительное время, поэтому водяной пар является насыщенным.

3) При выдвигании поршня происходит изотермическое расширение пара, давление и плотность насыщенного пара в этом процессе не меняются. Следовательно, будет происходить испарение жидкости. Значит, масса жидкости в сосуде будет уменьшаться.

28. По второму закону Ньютона равнодействующая сил на брусок m_1 равна

$$F_1 = m_1 a.$$

Для системы из двух брусков ускорение

$$a = \frac{F - F_{тр.}}{m_1 + m_2}.$$

Здесь сила трения $F_{тр.} = \mu g(m_1+m_2) = 10$ Н.

$$a = \frac{20\ \text{Н} - 10\ \text{Н}}{5\ \text{кг}} = 0{,}2\ \text{м/с}^2.$$

Равнодействующая сил $F_1 = m_1\cdot a = 2\ \text{кг}\cdot 0{,}2\ \text{м/с}^2 = 0{,}4$ Н.

Ответ: 0,4 Н.

29. Работа, которую совершил человек, идёт на изменение кинетической энергии камня и человека.

$$A = \frac{Mv_ч^2}{2} + \frac{mv_к^2}{2}.$$

$v_ч$ — скорость человека после броска, $v_к$ — скорость камня.

Так как камень брошен горизонтально,

$$v_к = \frac{S}{t},\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}},$$

$$v_к = S\cdot\sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

По закону сохранения импульса

$$0 = Mv_ч - mv_к,$$

$$v_ч = \frac{mv_к}{M}.$$

$$A = \frac{1}{2}\Big(M\cdot\frac{m^2v_к^2}{M^2} + mv_к^2\Big) = \frac{mv_к^2}{2}\Big(\frac{m}{M}+1\Big) = \frac{mS^2g}{4h}\Big(\frac{m}{M}+1\Big).$$

$$A = \frac{7\ \text{кг} \cdot 3^2\ \text{м}^2 \cdot 10\ \text{Н/кг}}{4 \cdot 1{,}8\ \text{м}} \cdot 1{,}1 = 96{,}25\ \text{Дж}.$$

Ответ: 96,25 Дж.

30. Сделаем рисунок 10.

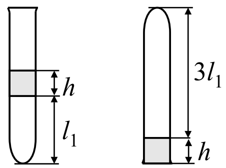


Рис. 10

Так как $T = const$, $p_1V_1 = p_2V_2$.

Объём воздуха в первом и во втором случаях

$$V_1 = S \cdot l_1,\ \ V_2 = S \cdot 3l_1.$$

Давление в первом и во втором случаях

$$p_1 = p_\text{а} + \rho gh,\ \ p_2 = p_\text{а} - \rho gh,$$

$$(p_\text{а} + \rho gh) \cdot Sl_1 = (p_\text{а} - \rho gh) \cdot 3Sl_1,$$

$$p_\text{а} + \rho gh = p_\text{а} - \rho gh,$$

$$p_\text{а} = 2\rho gh,$$

$$p_\text{а} = 2 \cdot 13600\ \text{кг/м}^3 \cdot 10\text{Н/кг} \cdot 0{,}4\ \text{м} = 108{,}8\ \text{кПа}.$$

Ответ: 108,8 кПа.

31. Сделаем рисунок 11.

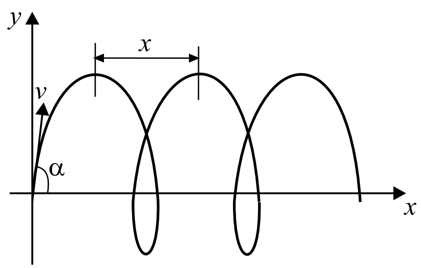


Рис. 11

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2},$$

$$x = v_x \cdot T,\ \ v_x = \frac{x}{T}.$$

Вдоль вертикальной плоскости электрон движется по окружности:

$$F_\text{л} = ma_\text{ц}.$$

$$Bv_yq = m\frac{v_y^2}{R}.$$

$$v_y = \frac{BqR}{m}.$$

$$T = \frac{2\pi R}{v_y} = \frac{2\pi m}{Bq}.$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{x \cdot Bq}{2\pi m}\right)^2 + \left(\frac{BqR}{m}\right)^2} = \frac{Bq}{m}\sqrt{\frac{x^2}{4\pi^2} + R^2}.$$

$$v = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}\sqrt{\frac{25 \cdot 10^{-4}}{40} + 4 \cdot 10^{-4}} = 7{,}6 \cdot 10^6\ (\text{м/с}).$$

Ответ: $7{,}6 \cdot 10^6$ м/с.

32. Импульс фотона

$$p_\text{ф} = m_\text{ф} \cdot c.$$

Импульс молекулы водорода

$$p_{\text{H}_2} = m_{\text{H}_2} \cdot \bar{v} = m_{\text{H}_2} \cdot \sqrt{\frac{3kT}{m_{\text{H}_2}}} = \sqrt{3kTm_{\text{H}_2}}.$$

Масса молекулы водорода $m_{\text{H}_2} = \dfrac{M}{N_A}$.

Масса фотона $m_\text{ф} = \sqrt{3kT \cdot \dfrac{M}{N_A}} \cdot c$.

$$m_\text{ф} = \sqrt{31{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot \frac{2 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^{23}}} \cdot 3 \cdot 10^8 = 2{,}2 \cdot 10^{-32}\ \text{кг}.$$

Ответ: $2{,}2 \cdot 10^{-32}$ кг.

Вариант 6

27. 1. Гильза притянется к пластине, коснётся её, а потом отскочит и зависнет в отклонённом состоянии.

2. Под действием электрического поля пластины изменится распределение электронов в гильзе и произойдёт её электризация: та её сторона, которая ближе к пластине (левая), будет иметь отрицательный заряд, а противоположная сторона (правая) — положительный. Поскольку сила взаимодействия заряженных тел уменьшается с ростом расстояния между ними, притяжение к пластине левой стороны гильзы будет больше отталкивания правой стороны гильзы. Гильза будет притягиваться к пластине, и двигаться, пока не коснётся её.

3. В момент касания часть электронов перейдёт с гильзы на положительно заряженную пластину, гильза приобретёт положительный заряд и оттолкнётся от теперь уже одноимённо заряженной пластины.

28. Сделаем чертёж, на котором обозначим все взаимодействия (см. рис. 12).

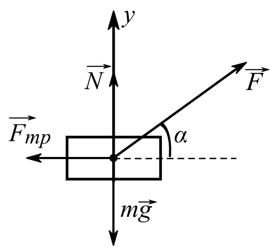


Рис. 12

Так как тело двигается, то на него действует сила трения скольжения: $F_{\text{тр}} = \mu N$.

Запишем 2-й закон Ньютона в проекции на ось y:

Oy: $N + F\sin\alpha - mg = 0$.

$$N = mg - F\sin\alpha,$$
$$F_{\text{тр}} = \mu(mg - F\sin\alpha),$$
$$F_{\text{тр}} = 0{,}25(35 - 25\cdot\frac{1}{2}) = 5{,}625\,(\text{Н}).$$

Ответ: 5,625 Н.

29. Найдём установившиеся скорости доски и шайбы. Запишем закон сохранения импульса:

$$m_2v_2 = (m_1 + m_2)v,$$
$$v = \frac{m_2v_2}{m_1 + m_2}.$$

Минимальная длина доски

$$l = \frac{v_2^2 - v^2}{2a}.$$

Так как шайба остановится относительно доски, значит её ускорение и ускорение доски будут одинаковы. Для шайбы

$$F_{\text{тр}} = m_1a, \quad (1)$$

С другой стороны, $F_{\text{тр}} = \mu N$.

$$N = m_1g,$$
$$F_{\text{тр}} = \mu m_1g. \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2)

$$m_1a = \mu m_1g \quad\Rightarrow\quad a = \mu g.$$
$$l = \frac{v_2^2 - v^2}{2\mu g} = 7\,(\text{м}).$$

Ответ: 7 м.

30. На графике видно, что участки 1–2 и 3–4 — изотермы ($U = \frac{3}{2}\nu Rt$, $U = const \Rightarrow T = const$).

Так как $U_1 - U_2 = 1{,}51$ (кДж) и $A_{23} = -(U_2 - U_1) = 1{,}51$ (кДж), $A_{41} = -(U_1 - U_2) = 1{,}51$ (кДж), то участки 2–3 и 4–1 — адиабаты.

Следовательно, на графике представлен цикл Карно. Его КПД можно найти по формуле:

$$\eta = \left(1 - \frac{T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}}\right)\cdot 100\%.$$

$$U_2 = \frac{i}{2}\nu RT_{\text{х}},\ U_1 = \frac{i}{2}\nu RT_{\text{н}}.$$

$$\eta = \left(1 - \frac{U_2}{U_1}\right)\cdot 100\% = \left(1 - \frac{1{,}12}{2{,}63}\right)\cdot 100\% = 57{,}4\%.$$

Ответ: 57,4%.

31. Так как протон влетает в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, то он начнёт двигаться по окружности, следовательно, максимальная глубина проникновения l будет равна диаметру окружности

$$l = 2R.$$
$$F_{\text{а}} = ma_{\text{ц}}.$$
$$Bvq = m\frac{v^2}{R} \quad\Rightarrow\quad R = \frac{mv}{Bq}.$$

$$E = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}}.$$

$$l = \frac{2mv}{Bq} = \frac{2m}{Bq}\sqrt{\frac{2E}{m}} = \frac{2}{Bq}\sqrt{2Em}.$$

$$l = \frac{2\sqrt{2 \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}}{0{,}4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}72\,(\text{м}).$$

Ответ: 0,72 м.

32. Сделаем рисунок (см. рис. 13).

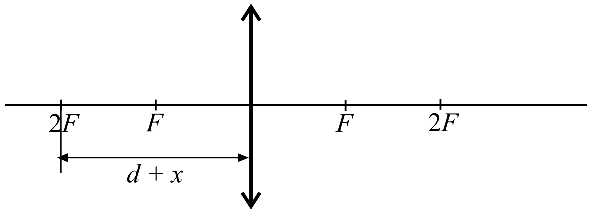


Рис. 13

Так как после увеличения расстояния скорость точки и изображения одинаковы, то в этом случае точка будет на расстоянии $d_2 = 2F$.

$$\Gamma = 1; \quad \frac{1}{d_1 + x} + \frac{1}{d_1 - x} = \frac{1}{F}; \quad d_1 + x = 2F.$$

Следовательно, $F = \dfrac{d_1 + x}{2} = 0{,}5\,(\text{м})$.

$$\Gamma_1 = \frac{f_1}{d_1} = \frac{v_{\text{из}}}{v} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{из}} = \frac{f_1 v}{d_1},$$

где $d_1 = 60$ см.

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad f_1 = \frac{d_1 F}{d_1 - F}.$$

$$v_{\text{из}} = \frac{Fv}{d_1 - F}.$$

$$v_{\text{из}} = \frac{0{,}5 \cdot 20}{0{,}1} = 100\,(\text{см/с}) = 1\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 1 м/с.

Вариант 7

27. 1. Объём воздуха в трубке сначала увеличивается, а затем уменьшается.

2. На первом этапе процесса воздух получает некоторое количество теплоты, но его внутренняя энергия не изменяется. Следовательно, по первому закону термодинамики, полученное воздухом количество теплоты целиком тратится на работу воздуха. Объём воздуха увеличивается.

3. На втором этапе процесса происходит адиабатный процесс, по первому закону термодинамики внутренняя энергия воздуха увеличивается за счёт совершения над ним работы. Объём воздуха уменьшается.

28. Сделаем рисунок 14, на котором расставим все взаимодействия.

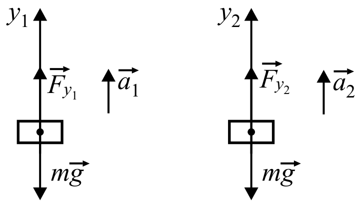


Рис. 14

Запишем II закон Ньютона в проекциях на ось y:

$$Oy_1\colon F_{y1} - mg = ma_1,$$

$$Oy_2\colon F_{y2} - mg = ma_2.$$

$$F_{y1} = m(g + a_1), \quad F_{y2} = m(g + a_2)$$

По закону Гука $F_y = -kx$,

$$kx_1 = m(g + a_1),$$

$$kx_2 = m(g + a_2).$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{g + a_1}{g + a_2} \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{x_1(g + a_2)}{g + a_1}.$$

$$x_2 = \frac{10^{-2} \cdot 18}{12} = 1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{м}.$$

Ответ: 1,5 см.

29. Потери энергии:

$$\Delta E = |E_2 - E_1|,$$

где $E_2 = \dfrac{(m_1 + m_2)v^2}{2}$ — энергия плота после попадания груза,

$E_1 = \dfrac{m_1 v_1^2}{2} + \dfrac{m_2 v_2^2}{2}$ — энергия груза и плота до попадания груза.

$$\Delta E = \left|\frac{(m_1+m_2)v^2}{2} - \left(\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}\right)\right|.$$

Запишем закон сохранения импульса (см. рис. 15):

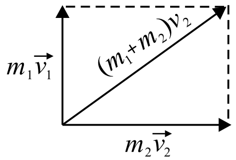


Рис. 15

$$(m_1+m_2)^2v^2 = (m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2.$$
$$v^2 = \frac{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}{(m_1+m_2)^2}.$$
$$\Delta E = \left|\frac{(m_1v_1)^2 + (m_2v_2)^2}{2(m_1+m_2)} - \left(\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2}\right)\right|.$$
$$\Delta E = 4{,}3 \text{ кДж}.$$

Ответ: 4,3 кДж.

30. Определим как зависит давление от объёма в данном процессе:

$$pV = \nu RT, \quad pV = \nu R\cdot kp^2,$$
$$V = \nu Rkp. \quad (1)$$

Так как давление пропорционально объёму, построим график зависимости p от V (см. рис. 16).

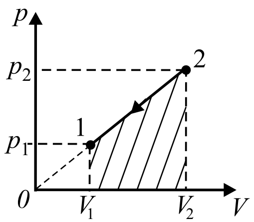


Рис. 16

Работа численно равна площади фигуры в pV координатах.

$$A = \frac{p_1+p_2}{2}(V_2-V_1).$$

Из (1) следует $V_1 = \nu Rkp_1,\ V_2 = \nu Rkp_2$.

$$A = \frac{p_1+p_2}{2}(\nu Rkp_2 - \nu Rkp_1) = \frac{\nu Rk}{2}(p_2^2 - p_1^2).$$

Из условия $T_1 = kp_1^2, T_2 = kp_2^2$

$$A = \frac{\nu R}{2}(T_2-T_1) = \frac{mR}{2M}(T_2-T_1).$$
$$A = \frac{0{,}5\cdot 8{,}31\cdot 100}{28\cdot 10^{-3}\cdot 2} = 7{,}42\cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Ответ: 7,42 кДж.

31. Так как индукция магнитного поля возрастает, в витке возникает индукционный ток.

$$|\mathcal{E}_i| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|,$$
$$\Delta\Phi = \frac{\Delta B}{\Delta t}S.$$

Заряд $q = C\cdot|\mathcal{E}_i|$.

$$q = \frac{C\cdot S\cdot\Delta B}{\Delta t},$$
$$q = 10^{-5}\cdot 10^{-2}\cdot 5\cdot 10^{-3} = 5\cdot 10^{-10} \text{ Кл} = 0{,}5 \text{ нКл}.$$

Ответ: 0,5 нКл.

32. Сделаем чертёж (см. рис. 17).

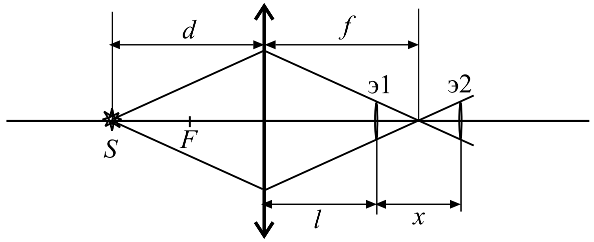


Рис. 17

Из рисунка 17 видно, что $f = \dfrac{l+x}{2} = 15$ см.

По формуле линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$
$$F = \frac{df}{d+f},$$
$$F = \frac{30\cdot 15}{30+15} = 10 \text{ см}.$$

Ответ: 10 см.

Вариант 8

27. 1. Сначала пластинка начинает падать под действием силы тяжести с ускорением свободного падения $\vec{g}$, при этом её скорость увеличивается.

2. Как только нижний край пластинки достигает области между полюсами магнита, в которой существует сильное магнитное поле, магнитный поток через пластинку начинает возрастать, и в ней по закону электромагнитной индукции Фарадея появляются вихревые индукционные токи («токи Фуко»). Эти токи взаимодействуют по закону Ампера с магнитным полем магнита, и, в соответствии с правилом Ленца, появляется сила, тормозящая падение пластинки. Поэтому скорость пластинки начинает уменьшаться.

3. Когда тормозящая сила сравнивается с силой тяжести, то ускорение пластинки становится равным нулю, и пластинка далее падает в зазоре электромагнита с постоянной скоростью.

4. Когда верхний край пластинки достигает верхнего края зазора электромагнита, магнитный поток, проходящий через пластинку, начинает падать, и тормозящая сила уменьшается. При этом, в соответствии со вторым законом Ньютона, скорость пластинки возрастает, и после её выхода из магнитного поля продолжается падение с ускорением свободного падения $\vec{g}$.

28. Запишем уравнение (1) движения для 1-го вагона:

$$L_1 = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2}. \qquad (1)$$

Запишем уравнение движения для 1 и 2 вагонов:

$$L_1 + L_2 = v_0(t_1 + t_2) + \frac{a(t_1+t_2)^2}{2}.$$

Из (1) следует

$$\frac{at^2}{2} = L_1 - v_0 t_1, \qquad (2)$$

$$L_1 + L_2 = v_0 2t + \frac{a(2t)^2}{2}. \qquad (3)$$

Подставим (2) в (3):

$$L_1 + L_2 = 2v_0 t + 4(L_1 - v_0 t),$$

$$L_2 - 3L_1 = -2v_0 t, \qquad v_0 = \frac{3L_1 - L_2}{2t},$$

$$v_0 = \frac{3 \cdot 20 - 30}{2 \cdot 4} = \frac{30}{8} = 3{,}75 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 3,75 м/с.

29. Запишем закон сохранения энергии для первого тела. Кинетическая энергия пойдёт на растяжение пружины ($E = \frac{kx^2}{2}$) и работу силы трения ($|A_{тр}| = \mu mgx$).

$$\frac{mv_{min}}{2} = \frac{kx^2}{2} + \mu mgx.$$

Расставим силы, действующие на второй брусок (см. рис. 18)

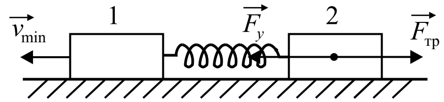


Рис. 18

$$v_{min} = \sqrt{\frac{kx^2}{2} + 2\mu gx}.$$

Для второго бруска

$$F_у = F_{тр},$$

так как брусок находится на грани скольжения.

$$kx = \mu mg \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\mu mg}{k}.$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{k(\mu mg)^2}{k^2 2} + 2\mu g\frac{\mu mg}{k}} = \mu g\sqrt{\frac{3m}{k}},$$

$$v_{min} = 2\sqrt{\frac{3 \cdot 3}{1}} = 5{,}9 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 5,9 м/с.

30. Сделаем поясняющий рисунок (см. рис. 19)

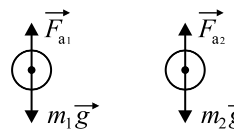


Рис. 19

Запишем формулу подъёмной силы для двух случаев:

$$F_1 = F_{A1} - m_1 g, \qquad (1)$$

$$F_2 = F_{A2} - m_2 g, \qquad (2)$$

где F_A — архимедова сила, m_1 и m_2 — массы газа в обоих случаях.

$$F_A = \rho_{возд} gV. \qquad (3)$$

$$P = \frac{\rho_{\text{возд}}}{M} RT.$$

$$\rho_{\text{возд}} = \frac{PM_{\text{возд}}}{RT}.$$

$$pV = \frac{m_1}{M_1} RT, \quad m_1 = \frac{PVM_1}{RT}. \qquad (4)$$

$$pV = \frac{m_2}{M_2} RT, \quad m_2 = \frac{PVM_2}{RT}. \qquad (5)$$

Подставим (3), (4), (5) в (1) и (2).

$$F_2 = \frac{PM_{\text{возд}}}{RT} \cdot gV - \frac{PM_2}{RT} \cdot gV.$$

$$F_1 = \frac{PM_{\text{возд}}}{RT} \cdot gV - \frac{PM_1}{RT} \cdot gV.$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{M_{\text{возд}} - M_2}{M_{\text{возд}} - M_1}, \quad \frac{F_2}{F_1} = 1{,}08.$$

Ответ: 1,08.

31. Так как конденсаторы соединены последовательно, то

$$q_1 = q_2, \quad C_1U_1 = C_2U_2, \quad U = U_1 + U_2.$$

$$C_1U_1 = C_2(U - U_1).$$

$$U_1 = \frac{C_2U}{C_1 + C_2}.$$

Так как через конденсаторы постоянный ток не идёт,

$$U = \mathcal{E} - Ir.$$

$$I = \frac{I_{\text{к.з.}}}{3{,}7}, \quad I_{\text{к.з.}} = \frac{\mathcal{E}}{r}.$$

$$U = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E} \cdot r}{3{,}7r} = \frac{2{,}7\mathcal{E}}{3{,}7}.$$

$$U_1 = \frac{C_2 \cdot 2{,}7\mathcal{E}}{3{,}7(C_1 + C_2)} = \frac{150 \cdot 10^{-12} \cdot 2{,}7 \cdot 6{,}2}{400 \cdot 10^{-12} \cdot 3{,}7} = 1{,}7\,(\text{В}).$$

Ответ: 1,7 В.

32. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 20)

$$x = l\cos\alpha,$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{l/2}{d} \quad l = 2d\operatorname{tg}\gamma.$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n.$$

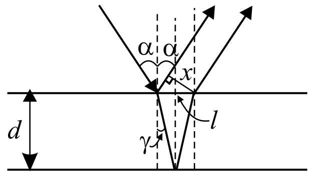


Рис. 20

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{n},$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2\gamma = \frac{1}{\sin^2\gamma} \quad \operatorname{ctg}\gamma = \sqrt{\frac{n^2}{\sin^2\alpha} - 1}.$$

$$x = \frac{2d \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = \frac{d\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}},$$

$$x = \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{1{,}73^2 - \frac{3}{4}}} = 1{,}2\,(\text{см}).$$

Ответ: 1,2 см.

Вариант 9

27. 1. На участке от V_0 до $3V_0$ давление под поршнем постоянно (давление насыщенного пара на изотерме). На участке от $3V_0$ до $6V_0$ давление под поршнем подчиняется закону Бойля — Мариотта.

На участке от V_0 до $3V_0$ график $p(V)$ — горизонтальный отрезок прямой, на участке от $3V_0$ до $6V_0$ — фрагмент гиперболы (для экспертов: отсутствие названий не снижает оценку, названия помогают оценке графика, сделанного от руки).

2. В начальном состоянии над водой находится насыщенный водяной пар, так как за длительное время в системе установилось термодинамическое равновесие.

3. Пока в цилиндре остаётся вода, при медленном изотермическом расширении пар остаётся насыщенным. Поэтому график p(V) будет графиком константы, т. е. отрезком горизонтальной прямой. Количество воды в цилиндре при этом убывает. При комнатной температуре концентрация молекул воды в насыщенном паре ничтожна по сравнению с концентрацией молекул воды в жидком агрегатном состоянии. Масса воды в два раза больше массы пара. Поэтому, во-первых, в начальном состоянии насыщенный пар занимает объём, практически равный V_0. Во-вторых, чтобы вся вода испарилась, нужно объём под поршнем увеличить ещё на $2V_0$. Таким образом, горизонтальный отрезок описывает зависимость $p(V)$ на участке от V_0 до $3V_0$.

4. При V > $3V_0$ под поршнем уже нет жидкости, все молекулы воды образуют уже ненасыщенный водяной пар, который можно на изотерме описывать законом Бойля — Мариотта: $pV = const$, т. е. $p \sim 1/V$. Графиком этой зависимости служит гипербола. Таким образом, на участке от $3V_0$ до $6V_0$ зависимость $p(V)$ изображается фрагментом гиперболы.

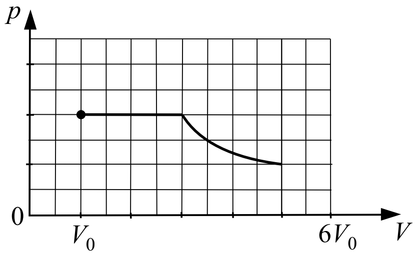


Рис. 21

28. Время подъёма равно времени падения $t_{\text{п}} = \dfrac{t}{2}$.

$$h = \frac{v + v_0}{2} \cdot t_{\text{пад.}},$$

На максимальной высоте $v = 0$.

$$h_{max} = \frac{v_0}{2} \cdot t_{\text{п}},$$

$$h_{max} = \frac{15}{2} \cdot 5 = 37{,}5\,(\text{м}).$$

Ответ: 37,5 м.

29. Работа численно равна площади фигуры (см. рис. 22)

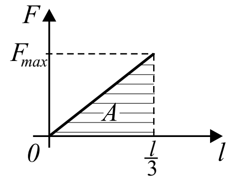


Рис. 22

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{3} \cdot F_{\max}$$

Сила F будет максимальной, когда тело полностью погрузится под воду (см. рис. 23):

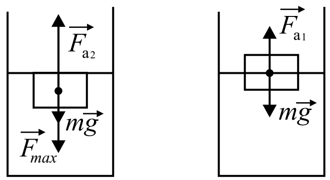


Рис. 23

$$F_{max} = F_{A2} - mg; \quad F_{A2} = \rho_{\text{в}} gV.$$

В 1 случае $mg = F_{A1}$; $F_{A1} = \rho_{\text{в}} g \dfrac{2}{3} V$, так как тело погружено на $\dfrac{2}{3}V$.

$$F_{max} = \rho_{\text{в}} gV - \frac{2}{3}\rho_{\text{в}} gV = \frac{1}{3}\rho_{\text{в}} gV = \frac{1}{3}\rho_{\text{в}} gl^3.$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{1}{3}\rho_{\text{в}} gl^3 = \frac{\rho_{\text{в}} gl^4}{18},$$

$$A = \frac{10^3 \cdot 10 \cdot 0{,}5^4}{18} = 34\,(\text{Дж}).$$

Ответ: 34 Дж.

30. Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A_\text{п}}{A_\text{п} + Q_\text{х}}.$$

где $A_\text{п}$ — энергия излучения, $Q_\text{х}$ — энергия, выделяющаяся в охлаждающей системе.

$$A_\text{п} = EN = E\nu t.$$
$$Q_\text{х} = cm\Delta t = c\rho V\Delta t.$$
$$\eta = \frac{E\nu t}{E\nu t + c\rho V\Delta t}.$$
$$V = \frac{E\nu t(1-\eta)}{\eta c\rho\Delta t}.$$
$$V = \frac{0{,}2 \cdot 10 \cdot 3{,}6 \cdot 10^3 \cdot 0{,}96}{0{,}04 \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 5} = 8{,}2\,(\text{л}).$$

Ответ: 8,2 л.

31. Рассмотрим случай, когда диод закрыт (см. рис. 24).

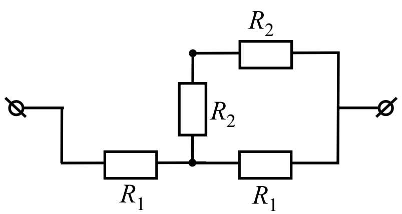


Рис. 24

$$R_\text{з} = R_1 + \frac{2R_2R_1}{2R_2 + R_1} = 24 + \frac{2 \cdot 52 \cdot 24}{128} = 43{,}5\,(\text{Ом}).$$

Эквивалентная схема, когда диод открыт, изображена на рисунке 25.

$$R_\text{о} = \frac{R_2 \cdot \left(R_1 + \dfrac{R_2R_1}{R_1+R_2}\right)}{R_2 + R_1 + \dfrac{R_2R_1}{R_1+R_2}} = \frac{52 \cdot \left(24 + \dfrac{52 \cdot 24}{52+24}\right)}{24 + 52 + \dfrac{52 \cdot 24}{52+24}} = 22{,}75\,(\text{Ом}).$$
$$\Delta R = 43{,}5 - 22{,}75 = 20{,}75\,(\text{Ом}).$$

Ответ: 20,75 Ом.

32. Так как водолаз видит дно, то наблюдается полное отражение. Сделаем рисунок 26.

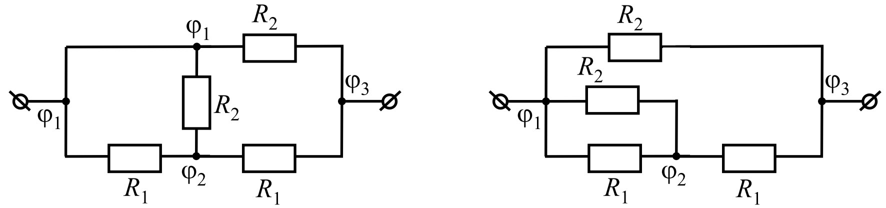


Рис. 25

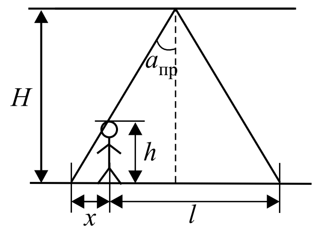


Рис. 26

Из подобия треугольников

$$\frac{h}{x} = \frac{H}{\dfrac{l+x}{2}}; \quad H = \frac{h(l+x)}{2x} = \frac{h}{2}\left(\frac{l}{x} + 1\right).$$
$$x = h\operatorname{tg}\alpha_\text{пр}.$$
$$\sin\alpha_\text{пр} = \frac{1}{n},$$
$$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha_\text{пр} = \frac{1}{\sin^2\alpha_\text{пр}} = n^2.$$
$$\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{n^2-1}.$$
$$x = \frac{h}{\sqrt{n^2-1}}.$$
$$H = \frac{h}{2}\left(\frac{l\sqrt{n^2-1}}{h} + 1\right),$$
$$H = 0{,}85 \cdot \left(\frac{15\sqrt{1{,}7-1}}{1{,}7} + 1\right) = 7{,}4\,(\text{м}).$$

Ответ: 7,4 м.

Вариант 10

27. При разомкнутом ключе ток в цепи не течёт. Поэтому показания амперметра равны нулю, а показания вольтметра равны ЭДС батареи $\mathcal{E}$. Когда ключ замыкают, цепь становится замкнутой, ток течёт, амперметр показывает силу тока. Показания вольтметра $U = \mathcal{E} - Ir$.

Следовательно, показания амперметра увеличатся (станут неравными нулю), а вольтметра — уменьшатся.

28. Сделаем рисунок 27.

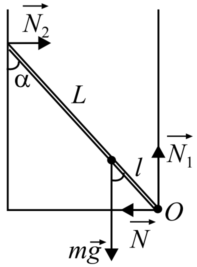


Рис. 27

Из условия равновесия стержня

$$N_2 = N, \quad N_1 = mg.$$

Уравнение моментов относительно точки O:

$$mgl\sin\alpha = N_2 L\cos\alpha.$$

$$N_2 = mg\frac{l\sin\alpha}{L\cos\alpha} = 20\cdot\frac{0{,}25}{1} = 5\,(\text{Н}),\ N = 5\,(\text{Н}).$$

Ответ: 5 Н.

29. Изобразим силы, действующие на грузик в точке B. Ось Ox направим к центру окружности (см. рис. 28).

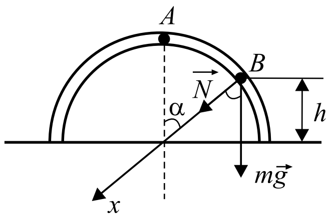


Рис. 28

Запишем II закон Ньютона в проекции на ось Ox:

$$ma_ц = N + mg\cos\alpha,$$

где $a_ц = \dfrac{v^2}{R}$ — центростремительное ускорение.

$$N = m\frac{v^2}{R} - mg\cos\alpha. \qquad (1)$$

Из закона сохранения энергии для точек A и B:

$$mgR = mg\frac{R}{2} + \frac{mv^2}{2} \ \Rightarrow\ v^2 = gR. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$N = mg(1-\cos\alpha),$$

где $\cos\alpha = \dfrac{\frac{R}{2}}{R} = \dfrac{1}{2}$.

То есть

$$N = \frac{1}{2}mg = \frac{1}{2}\cdot 0{,}1\cdot 10 = 0{,}5\,(\text{Н}).$$

Ответ: 0,5 Н.

30. Представим влажный воздух как смесь сухого воздуха с давлением $p_с$ и паров воды с давлением $p_{пар}$ таким, что

$$\frac{p_{пар}}{p_{нас}} = \varphi.$$

Тогда в начальном состоянии $p_1 = p_{пар} + p_{с1}$.

$$p_1 = \varphi\cdot p_{нас} + p_{с1}. \qquad (1)$$

Когда объём уменьшается в 3 раза изотермически, то для сухого воздуха справедливо

$$p_{с1}V_1 = p_{с2}V_2;\quad \frac{p_{с2}}{p_{с1}} = \frac{V_1}{V_2} = 3,\quad p_{с2} = 3p_{с1}.$$

Пары воды при уменьшении объёма сосуда в 3 раза становятся насыщенными, т. е. $p_{пара2} = p_{нас}$.

Тогда во втором состоянии

$$p_2 = p_{нас} + 3p_{с1}. \qquad (2)$$

Уравнения (1) и (2) образуют систему, решая которую, получим:

$$p_н = \frac{3p_1 - p_2}{3\varphi_1 - 1} = \frac{360-300}{2{,}1-1} = 54{,}5\,(\text{кПа}).$$

Ответ: 54,5 кПа.

31. При движении проводника (см. рис. 29) в магнитном поле со скоростью v на концах проводника возникает ЭДС индукции.

$$\mathcal{E}_i = Blv,$$

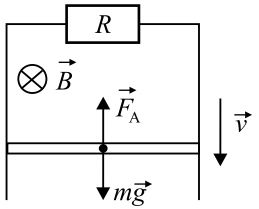


Рис. 29

по замкнутому контуру течёт ток $I_i = \dfrac{\mathcal{E}_i}{R}$.

На проводник действует сила Ампера:

$$F_{\text{А}} = BI_il = \frac{B^2l^2v}{R}.$$

В установившемся режиме $F_{\text{А}} = mg$,

$$\frac{B^2l^2v}{R} = mg,$$

$$v = \frac{mgR}{B^2l^2} = \frac{0{,}2 \cdot 10 \cdot 5}{4 \cdot 0{,}25} = 10 \text{ м/с}.$$

Ответ: 10 м/с.

32. В результате поглощения фотона из атома вылетает электрон. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта

$$\frac{hc}{\lambda} = -E_1 + \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда находим v:

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left(\frac{hc}{\lambda} + E_1\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(\frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{80 \cdot 10^{-9}} + (-13{,}6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19})\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{(25 \cdot 10^{-19} - 22 \cdot 10^{-19}) \cdot 2}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}} = 0{,}811 \cdot 10^6 \text{ (м/с)} = 811 \text{ км/с}.$$

Ответ: 811 км/с.

Вариант 11

27. 1) По мере уменьшения ёмкости колебательного контура менялась его собственная частота, и ученик наблюдал явление резонанса.

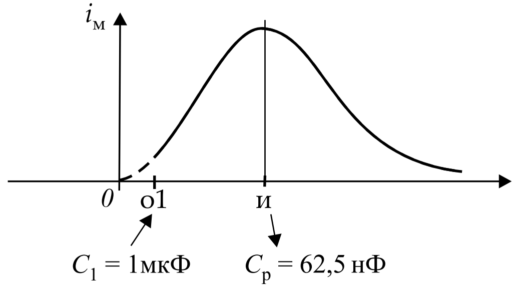


Рис. 30

2) В описанном опыте колебания в контуре являются вынужденными, они совершаются с циклической частотой $\omega_{\text{и}}$, задаваемой источником тока. Но колебательный контур имеет собственную частоту колебаний ω_0, и амплитуда колебаний тока в нём зависит от разности значений этих частот: при $\omega_{\text{и}}\breve{\ }\omega_0 = 0$ она максимальна (явление резонанса). Это равенство достигается, когда $\omega_{\text{ор}} = \dfrac{1}{\sqrt{LC_{\text{р}}}} = 2 \cdot 10^4\ \text{с}^{-1}$, т.е. когда ёмкость конденсатора $C = C_{\text{р}} = \dfrac{1}{L\omega_{\text{и}}^2} = \dfrac{1}{0{,}04 \cdot 4 \cdot 10^8} = 62{,}5$ нФ.

3) В начале опыта ёмкость конденсатора равнялась 1 мкФ, собственная частота контура была равна или меньше $\omega_{\text{и}}$. Поэтому амплитуда колебаний тока была невелика. По мере уменьшения ёмкости собственная частота контура возрастает, достигая резонансного значения при $C = C_{\text{р}} = 62{,}6$ нФ. Согласно приведенному на рисунке графику, в этом интервале изменения ёмкости конденсатора амплитуда силы тока в контуре растёт. При $C < 62{,}6$ нФ собственная частота $\omega = 0$ контура становится больше резонансного значения $\omega_{\text{ор}}\breve{\ }\omega_{\text{и}}$, и по мере дальнейшего уменьшения ёмкости конденсатора все более удаляется от этого значения. Соответственно, уменьшается амплитуда колебаний силы тока в контуре.

28. Для первого участка пути

$$v_0^2 - \left(\frac{v_0}{3}\right)^2 = 2aS;$$

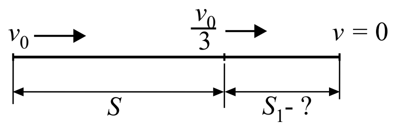


Рис. 31

$$\frac{8}{9}v_0^2 = 2aS. \quad (1)$$

Для второго участка

$$\left(\frac{v_0}{3}\right)^2 = 2aS_1;$$

$$\frac{1}{9}v_0^2 = 2aS_1. \quad (2)$$

Разделив уравнение (1) на (2), получим:

$$\frac{S}{S_1} = 8; \quad S_1 = \frac{S}{8} = \frac{20}{8} = 2{,}5\,(\text{м}).$$

Ответ: 2,5 м.

29. Сделаем чертёж (см. рис. 32)

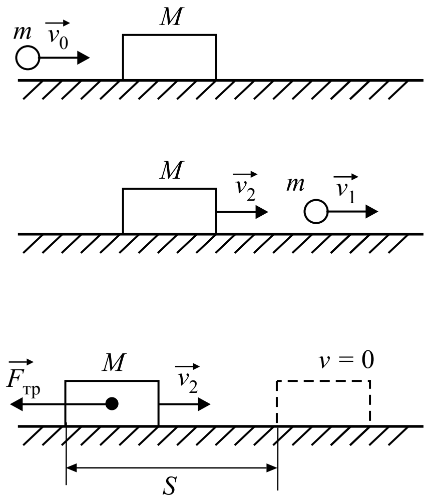


Рис. 32

Применим закон сохранения импульса. Запишем его сразу в проекциях на ось Ox:

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2. \quad (1)$$

Для движения бруска применим закон изменения кинетической энергии:

$$\Delta E_{\text{кин}} = A_{\text{тр}}; \quad 0 - \frac{Mv_2^2}{2} = -F_{\text{тр}} \cdot S.$$

Учтём, что $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu Mg$, тогда $\dfrac{Mv_2^2}{2} = \mu MgS$;

$$v_2^2 = 2\mu gS \quad (2)$$

Подставим v_2 в формулу (1):

$$m(v_0 - v_1) = M\sqrt{2\mu gS}$$

Откуда

$$M = \frac{m(v_0 - v_1)}{\sqrt{2\mu gS}} = \frac{20 \cdot 10^{-3} \cdot 300}{\sqrt{2 \cdot 0{,}4 \cdot 10 \cdot 2}} = 1{,}5\,(\text{кг}).$$

Ответ: 1,5 кг.

30. Так как газ не совершает работу и к нему не проводится тепло, то внутренняя энергия сохраняется.

$U_1 = \dfrac{i}{2}\nu_1 RT_1 = \dfrac{i}{2}p_1V_1$ — внутренняя энергия в первом сосуде;

$U_2 = \dfrac{i}{2}\nu_2 RT_2 = \dfrac{i}{2}p_2V_2$ — внутренняя энергия в первом сосуде,

где i — число степеней свободы газа.

$U = \dfrac{i}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT$ — внутренняя энергия в сосудах после их соединения.

По закону сохранения энергии

$$U_1 + U_2 = U,$$

$$\frac{i}{2}p_1V_1 + \frac{i}{2}p_2V_2 = \frac{i}{2}(\nu_1 + \nu_2)RT \quad (1)$$

Количество вещества ν_1 и ν_2 найдём из уравнения Менделеева — Клапейрона:

$$p_1V_1 = \nu_1 RT_1 \;\Rightarrow\; \nu_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1},$$

$$p_2V_2 = \nu_2 RT_2 \;\Rightarrow\; \nu_2 = \frac{p_2V_2}{RT_2}.$$

Подставим эти выражения в (1):

$$p_1V_1 + p_2V_2 = \left(\frac{p_1V_1}{T_1} + \frac{p_2V_2}{T_2}\right)T.$$

Откуда

$$T = \frac{p_1V_1 + p_2V_2}{\dfrac{p_1V_1}{T_1} + \dfrac{p_2V_2}{T_2}} = \frac{300 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 200 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{\dfrac{300 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{300} + \dfrac{200 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-3}}{400}} = 360\,(\text{К}).$$

Ответ: 360 К.

31. При вращении стержня на его концах возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = Blv_{\text{ср}} = \frac{1}{2}Bl\omega l = \frac{1}{2}Bl^2\omega.$$

Длина стержня l равна радиусу проводящего кольца r. Тогда уравнение (1) можно переписать в виде

$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{2}Br^2\omega.$$

В замкнутой цепи при этом течёт электрический ток:

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{B\omega r^2}{2R}.$$

Выделяемая мощность

$$P = I_i^2R = \frac{B^2\omega^2r^4}{4R}.$$

Отсюда

$$\omega = \frac{2}{Br^2}\sqrt{PR} = \frac{2 \cdot \sqrt{4 \cdot 10^{-2} \cdot 4}}{0{,}5 \cdot 0{,}04} = 40\,(\text{с}^{-1}).$$

Ответ: 40 с^{-1}.

32. Сделаем чертёж (см. рис. 33)

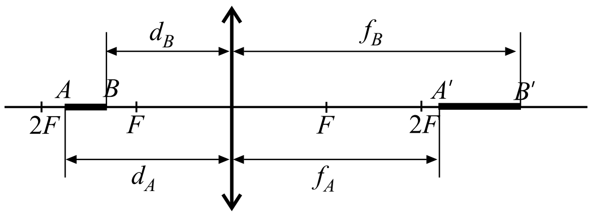


Рис. 33

Исходя из численных данных, можно заключить, что изображение стержня будет лежать на оптической оси линзы за двойным фокусом.

Применим к точках A и B формулу линзы:

$$\frac{1}{d_A} + \frac{1}{f_A} = \frac{1}{F}; \quad \frac{1}{d_B} + \frac{1}{f_B} = \frac{1}{F}.$$

$$f_A = \frac{d_AF}{d_A - F}; \quad f_B = \frac{d_BF}{d_B - F}.$$

Продольным увеличением Γ будет отношение длины изображения $A'B' = f_B - f_A$ к длине стержня: $AB = d_A - d_B$:

$$\Gamma = \frac{f_B - f_A}{d_A - d_B} = F \cdot \frac{\dfrac{d_A}{d_A - F} - \dfrac{d_B}{d_B - F}}{d_A - d_B} = 12 \cdot \frac{\dfrac{18{,}1}{6{,}1} - \dfrac{17{,}9}{5{,}9}}{0{,}2} = 4.$$

Ответ: 4.

Вариант 12

27. Построим изображение предмета в линзе (см. рис. 34).

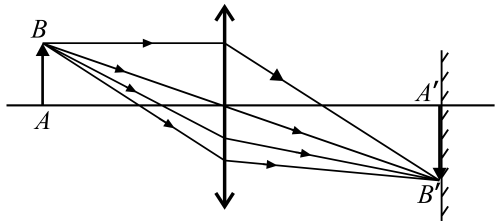


Рис. 34

Обратим внимание на то, что все лучи, выходящие из точки B будут собираться на экране в точке B'. Если закрыть верхнюю половину линзы куском картона, то верхняя часть лучей не пройдёт через линзу. Однако через нижнюю часть линзы лучи будут проходить так же, как в первом случае, и собираться в той же точке. Таким образом, изображение на экране останется прежним, но интенсивность (яркость) его уменьшится.

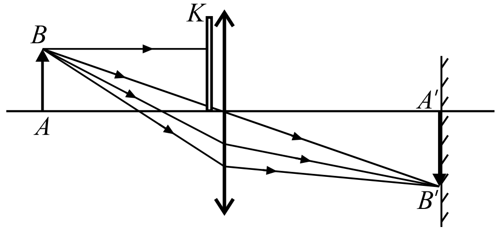


Рис. 35

28. Сделаем чертёж (см. рис. 36)

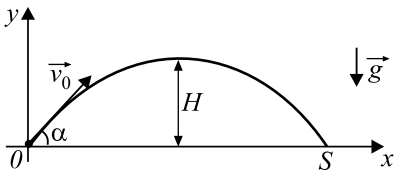


Рис. 36

Так как при движении камня на него действует только сила тяжести, направленная вертикально, то движение вдоль оси Ox равномерное, а вдоль

оси Oy — равноускоренное. Максимальная скорость камня будет в верхней точке: $v_x = v_{ox}$.

Дальность полёта

$$S = v_{ox} \cdot t,$$

где t — время полёта.

Высота подъёма

$$H = \frac{1}{2}g\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{gt^2}{8},$$

откуда $t = \sqrt{\dfrac{8H}{g}}$.

Подставляя значение t в выражение для S, найдём v_x:

$$v_x = \frac{S}{\sqrt{\dfrac{8H}{g}}} = \frac{20}{\sqrt{\dfrac{8 \cdot 5}{10}}} = 10\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 10 м/с.

29. Изобразим силы, действующие на тело в точке A (см. рис. 37). N — сила реакции опоры.

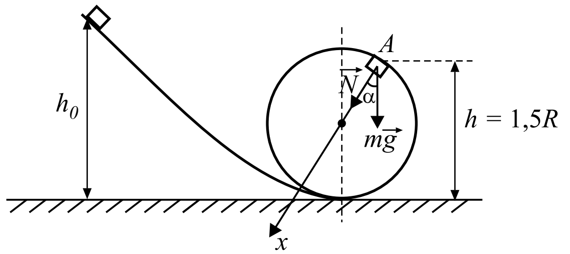


Рис. 37

По третьему закону Ньютона в проекции на ось Ox

$$ma_{\text{ц}} = N + mg\cos\alpha = 2{,}5mg + mg\cos\alpha, \quad (1)$$

где $a_{\text{ц}} = \dfrac{v^2}{R}$ — центростремительное ускорение тела в точке A.

Учитывая, что $\cos\alpha = \dfrac{h-R}{R}$, преобразуем выражение (1):

$$\frac{v^2}{R} = 2{,}5g + g\frac{h-R}{R}; \quad v^2 = 2{,}5gR + gh - gR;$$

$$v^2 = 1{,}5gR + gh. \quad (2)$$

При переходе тела из начальной точки в точку A выполняется закон сохранения энергии:

$$mgh_0 = mgh + \frac{mv^2}{2}. \qquad (3)$$

Подставим в (3) выражение (2):

$$gh_0 = gh + \frac{1}{2}(1{,}5gR + gh).$$

Учитывая, что $h = 1{,}5R$, получим:

$$h_0 = 3R = 3 \cdot 0{,}15 = 0{,}45\,(\text{м}).$$

Ответ: 45 см.

30. Полная работа за цикл равна сумме работ на отдельных участках:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{31}. \quad (1)$$

Процесс 2–3 изобарный, поэтому

$$A_{23} = p_2(V_3 - V_2) = \nu R(T_3 - T_2) = \nu R(T_3 - T_1) = -\nu R\Delta T,$$

где $\Delta T = T_1 - T_3$.

Процесс 3–1 адиабатический, т.е. $Q_{31} = 0$.

По первому закону термодинамики

$$Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31}; \ \Rightarrow \ A_{31} = -\Delta U_{31} = -\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_3) = -\frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Уравнение (1) примет вид:

$$A = A_{12} - \nu R\Delta T - \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

Откуда

$$A_{12} = A + \frac{5}{2}\nu R\Delta T = 4 \cdot 10^3 + \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 60 = 6{,}5 \cdot 10^3\,(\text{Дж}).$$

Ответ: 6,5 кДж.

31. Пока ключ замкнут, через катушку течет ток I, определяемый сопротивлением резистора: $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$, конденсатор заряжен до напряжения $U = \mathcal{E}$. Энергия электромагнитного поля в катушке $\dfrac{LI^2}{2}$. Энергия электромагнитного поля в конденсаторе $\dfrac{C\mathcal{E}^2}{2}$.

После размыкания ключа начинаются электромагнитные колебания, и вся энергия, запасенная в конденсаторе и катушке, выделится в лампе и резисторе: $E = \dfrac{C\mathcal{E}^2}{2} + \dfrac{LI^2}{2} = 0{,}184\,(\text{Дж})$.

Согласно закону Джоуля — Ленца выделяемая в резисторе мощность пропорциональна его сопротивлению. Следовательно, энергия 0,184 Дж распределится в лампе и резисторе пропорционально их сопротивлениям, и на лампу приходится $E_\text{л} = \dfrac{5}{8}E = 0{,}115$ Дж.

Ответ: 0,115 Дж.

32. На рисунке 38 изображён ход лучей от точечного источника S через линзу. Так как размеры пятна на экране не изменяются, то, очевидно, положения экрана 1 и 2 будут симметричны относительно точки S'. Тогда

$$f = \frac{l_1 + l_2}{2}.$$

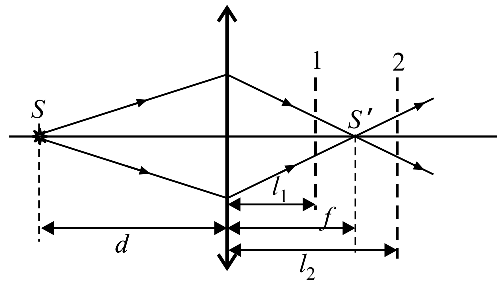


Рис. 38

Из формулы линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}.$$

Найдём F:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{30} + \frac{1}{15} = \frac{1}{10}, \quad \text{т.е. } F = 10\,(\text{см}).$$

Ответ: 10 см.

Вариант 13

27. Петя нагреет быстрее. Жидкость нагревается благодаря конвекции. Так как в интервале температур 1 °C − 4 °C плотность воды увеличивается с ростом температуры, то нагреватель нужно устанавливать сверху мензурки. Тогда более тяжёлая нагретая жидкость будет опускаться вниз, тем самым ускоряя процесс нагревания всей жидкости.

28. По закону всемирного тяготения сила взаимодействия спутника с планетой (см. рис. 39)

$$F = G\frac{mM}{(R+h)^2}.$$

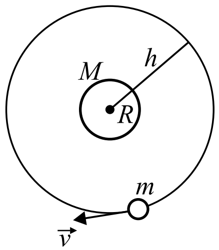


Рис. 39

Запишем второй закон Ньютона для спутника:

$$F = ma,$$

где $a = \dfrac{v^2}{R+h}$ — центростремительное ускорение.

$$m\frac{v^2}{(R+h)} = G\frac{mM}{(R+h)^2};$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}. \quad (1)$$

Выражение для ускорения свободного падения на поверхности планеты:

$$g = \frac{GM}{R^2}. \quad (2)$$

Выразим GM из (1) и подставим в (2):

$$g = \frac{v^2(R+h)}{R^2} = \frac{(3{,}4\cdot 1000)^2\cdot 4\cdot 10^6}{3{,}4^2\cdot 10^{12}} = 4\ (\text{м/с}^2).$$

Ответ: 4 м/с^2.

29. На рисунке 40а изображено начальное положение шариков.

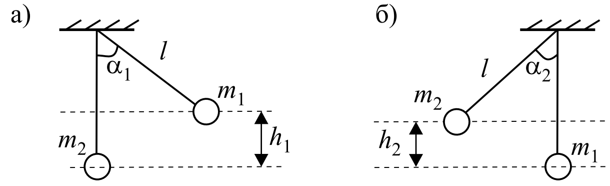


Рис. 40

Применим закон сохранения энергии к шарику 1:

$$m_1gh_1 = \frac{m_1v_1^2}{2},$$

где v_1 — скорость первого шарика непосредственно перед ударом.

$$h_1 = l(1-\cos\alpha_1) \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_1)}.$$

Применим закон сохранения импульса к процессу соударения шаров:

$$m_1v_1 = m_2v_2,$$

где v_2 — скорость, которую приобрёл второй шарик.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

По закону сохранения энергии для второго шарика

$$\frac{m_2v_2^2}{2} = m_2gh_2,$$

где $h_2 = l(1-\cos\alpha_2)$, $v_2 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha_2)}$.

В процессе удара происходит потеря энергии. Долю потерянной энергии k можно найти из соотношения

$$k = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \frac{m_1gh_1 - m_2gh_2}{m_1gh_1} = 1 - \frac{m_2h_2}{m_1h_1}.$$

Подставляя в это равенство полученные раннее выражения, получим:

$$k = 1 - \frac{\sqrt{2gl(1-\cos\alpha_1)}}{\sqrt{2gl(1-\cos\alpha_2)}} = 1 - \sqrt{\frac{1-\cos\alpha_2}{1-\cos\alpha_1}} = 1 - \sqrt{\frac{1-0{,}71}{1-0{,}50}} = 0{,}24.$$

Ответ: 0,24.

30. Цикл Карно изображён на рисунке 41. Процессы 1–2 и 3–4 — изотермические, температура в этих процессах $T_1 = T_2 = T_\text{н}$, $T_3 = T_4 = T_\text{х}$.

КПД цикла:

$$\eta = \frac{T_\text{н} - T_\text{х}}{T_\text{н}}. \quad (1)$$

В процессе адиабатического сжатия 4–1 внешними силами соверша-

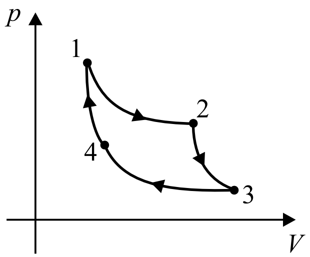


Рис. 41

ется работа:

$$A = \frac{3}{2}\nu R(T_{\text{н}} - T_{\text{х}}).$$

$$T_{\text{н}} - T_{\text{х}} = \frac{2A}{3\nu R}. \qquad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\eta = \frac{2A}{3\nu R T_{\text{н}}} \quad \Rightarrow \quad T_{\text{н}} = \frac{2A}{3\nu R\eta}.$$

$$T_{\text{н}} = \frac{2\cdot 6\cdot 10^3}{3\cdot 2\cdot 8{,}31\cdot 0{,}5} = 481\ (\text{К}).$$

Ответ: 481 К.

31. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 42).

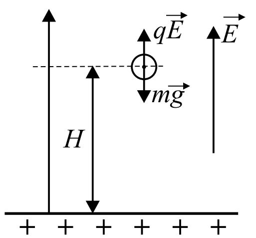


Рис. 42

По закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} = (mg - qE)H \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2}{m}(mg - qE)H},$$

где v — скорость шарика непосредственно перед ударом о плиту. В результате абсолютно неупругого удара шарик передаёт плите импульс

$$p = mv = \sqrt{2m(mg - qE)H}.$$

Отсюда

$$q = \frac{1}{E}\left(mg - \frac{p^2}{2mH}\right).$$

$$q = \frac{1}{8\cdot 10^3}\left(0{,}02\cdot 10 - \frac{4\cdot 10^{-4}}{2\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 2\cdot 10^{-1}}\right) = 19\cdot 10^{-6}\ \text{Кл}.$$

Ответ: 19 мкКл.

32. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 43).

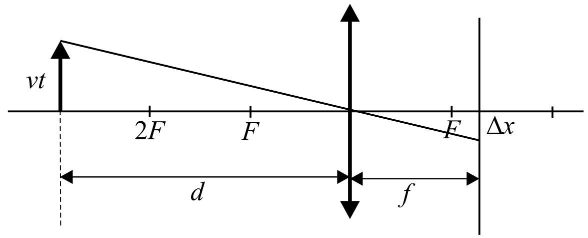


Рис. 43

По формуле линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{dF}{d - F}.$$

Пока автомобиль проедет расстояние $s = vt$, его изображение сместится на Δx, где Δx — размытость изображения.

Из подобия треугольников

$$\frac{vt}{\Delta x} = \frac{d}{f}.$$

$$t = \frac{\Delta x\cdot d}{v\cdot f} = \frac{\Delta x\cdot d\cdot (d - F)}{v\cdot dF} = \frac{\Delta x(d - F)}{v\cdot F}.$$

$$t = \frac{5\cdot 10^{-5}\cdot 10}{15\cdot 4\cdot 10^{-2}} = 0{,}83\cdot 10^{-3}\ (\text{с}).$$

Ответ: 0,83 мс.

Вариант 14

27. На каждой пластине в поле действия другой пластины происходит перераспределение зарядов. Обозначим заряды на поверхностях пластин так, как показано на рисунке 44.

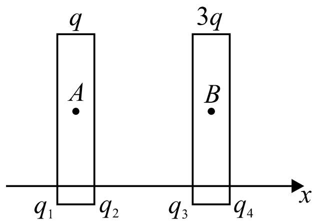


Рис. 44

По закону сохранения заряда

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = q, \\ q_3 + q_4 = 3q. \end{cases} \qquad (1)$$

Внутри пластин заряда нет, так как электрическое поле внутри металла равно нулю. Таким образом возникает система из четырёх заряженных плоскостей, каждая из которых создаёт однородное поле, для которого справедливо:

$$E_{M_x} = \frac{q}{2S\varepsilon_0}, \quad E_{N_x} = -\frac{q}{2S\varepsilon_0}$$

при любом знаке заряда q.

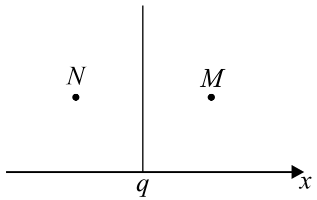


Рис. 45

Возвращаясь к исходной системе, можно записать величину напряженности поля в точках A и B:

$$E_{\text{A}} = \frac{q_1}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_2}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_3}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_4}{2S\varepsilon_0} = \frac{q_1 - q_2 - q_3 - q_4}{2S\varepsilon_0} = 0.$$

$$E_{\text{B}} = \frac{q_1 + q_2 + q_3 - q_4}{2S\varepsilon_0} = 0.$$

Отсюда

$$\begin{cases} q_1 - q_2 = q_3 + q_4, \\ q_1 + q_2 = q_4 - q_3. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1 - q_2 = 3q, \\ q_4 - q_3 = q. \end{cases} \qquad (2)$$

Решим систему (2) совместно с (1):

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = q \\ q_1 - q_2 = 3q \end{cases} \Rightarrow 2q_1 = 4q \Rightarrow q_1 = 2q, \ q_2 = -q.$$

$$\begin{cases} q_3 + q_4 = 3q \\ q_4 - q_3 = q \end{cases} \Rightarrow 2q_4 = 4q \Rightarrow q_4 = 2q, \ q_3 = q.$$

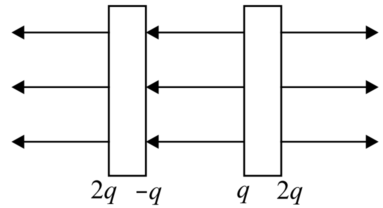


Рис. 46

В итоге картина силовых линий электрического поля примет вид, показанный на рисунке 46. Величины зарядов показаны на рисунке 46.

28. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 47).

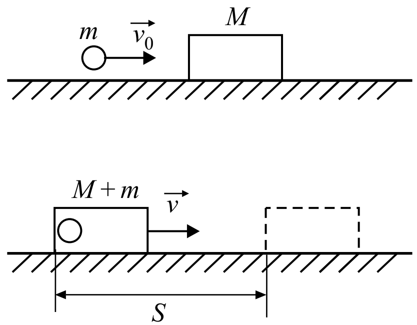


Рис. 47

По закону сохранения импульса

$$mv_0 = (M+m)v \Rightarrow$$

$$v = \frac{mv_0}{M+m}. \qquad (1)$$

На движущийся брусок действует сила трения $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu(M+m)g$, под действием которой брусок останавливается. По закону изменения механической энергии

$$\Delta E_{\text{к}} = A_{\text{тр}}; \quad -\frac{(M+m)v^2}{2} = -\mu(M+m)gS.$$

Отсюда

$$S = \frac{v^2}{2\mu g}.$$

Подставляя значение v из формулы (1), получим

$$s = \frac{1}{2\mu g}\left(\frac{mv_0}{M+m}\right)^2 = \frac{1}{2\cdot 0{,}05\cdot 10}\left(\frac{10\cdot 700}{1000}\right)^2 = \frac{49}{2\cdot 0{,}5} \approx 50\,(\text{м}).$$

Ответ: 50 м.

29. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 48).

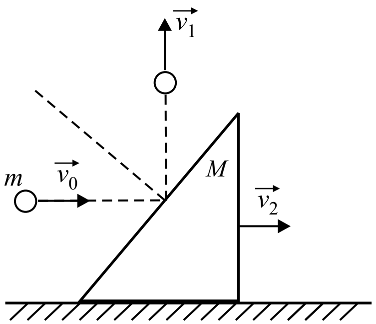


Рис. 48

По закону сохранения импульса

$$mv_0 = Mv_2;$$

$$v_2 = \frac{m}{M}v_0. \qquad (1)$$

По закону сохранения энергии

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{Mv_2^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \quad \Rightarrow$$

$$v_1^2 = v_0^2 - \frac{M}{m}v_2^2. \qquad (2)$$

Подставляя v_2 из (1) в (2), получим

$$v_1^2 = v_0^2\left(1 - \frac{m}{M}\right).$$

Высоту подъёма найдём из соотношения

$$v_1^2 = 2gh.$$

$$h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}\left(1 - \frac{m}{M}\right) = \frac{16\cdot 10^4}{20}\left(1 - \frac{10\cdot 10^{-3}}{200\cdot 10^{-3}}\right) = 7{,}6\cdot 10^3\,(\text{м}).$$

Ответ: 7,6 км.

30. Нарисуем начальное состояние системы (см. рис. 49). Поршень находится в равновесии, поэтому сумма сил, действующих на него, равна нулю:

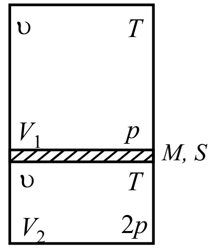


Рис. 49

$$pS + Mg = 2pS \quad \Rightarrow \quad Mg = pS. \qquad (1)$$

Запишем уравнение Менделеева — Клайперона для верхней и нижней частей сосуда:

$$\begin{cases} pV_1 = \nu RT, \\ 2pV_2 = \nu RT \end{cases} \quad \Rightarrow \quad V_1 = 2V_2.$$

Для простоты обозначим $V_2 = V,\ V_1 = 2V$.

Нарисуем конечное состояние системы (см. рис. 50). Рассмотрим переход газа в верхней части из первого состояния во второе:

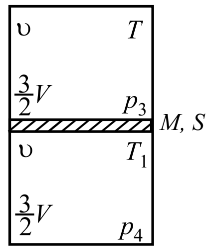


Рис. 50

$$\begin{cases} p\cdot 2V=\nu RT, \\ p_3\dfrac{3}{2}V=\nu RT \end{cases} \Rightarrow \quad p_3=\frac{4}{3}p.$$

Запишем условие равновесия поршня:

$$\frac{4}{3}pS+Mg=p_4S,$$

с учётом (1) $\dfrac{4}{3}pS+pS=p_4S \quad \Rightarrow$

$$p_4=\frac{7}{3}p.$$

Рассмотрим переход газа в нижней части сосуда из первого состояния во второе:

$$\begin{cases} 2pV=\nu RT, \\ \dfrac{7}{3}p\cdot\dfrac{3}{2}V=\nu RT_1 \end{cases} \Rightarrow \quad T_1=\frac{7}{4}T=\frac{7}{4}\cdot 400=700\,(\text{К}).$$

Ответ: 700 К.

31. Траектория движения протона показана на рисунке 51. Радиусы окружностей в области $y>0$ и $y<0$ различны, так как в этих областях разное значение $\vec{B}$.

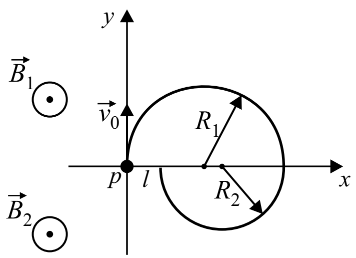


Рис. 51

$$R_1=\frac{mv_0}{qB_1} \quad \text{и} \quad R_2=\frac{mv_0}{qB_2}.$$

Очевидно, что за время, равное полному периоду обращения,

$$t=\frac{1}{2}(T_1+T_2)=\frac{\pi m}{q}\left(\frac{1}{B_1}+\frac{1}{B_2}\right).$$

Протон сместится вдоль оси Ox на расстояние $l=2(R_1-R_2)$. Тогда скорость дрейфа протона вдоль оси Ox можно найти по формуле:

$$v=\frac{l}{t}=\frac{2\left(\dfrac{mv_0}{qB_1}-\dfrac{mv_0}{qB_2}\right)}{\dfrac{\pi m}{q}\left(\dfrac{1}{B_1}-\dfrac{1}{B_2}\right)}=\frac{2v_0}{\pi}\frac{\left(\dfrac{1}{B_1}-\dfrac{1}{B_2}\right)}{\left(\dfrac{1}{B_1}+\dfrac{1}{B_2}\right)}=\frac{2v_0}{\pi}\cdot\frac{B_2-B_1}{B_2+B_1},$$

$$v=\frac{2\cdot 800\cdot 20\cdot 10^{-3}}{3{,}14\cdot 60\cdot 10^{-3}}=170\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 170 м/с.

32. Величина тока насыщения может быть вычислена по формуле

$$I=\frac{N_e\cdot e}{t},$$

где N_e — число электронов. Мощность падающего излучения

$$p=\frac{N_ф\cdot\dfrac{hc}{\lambda}}{t},$$

где $N_ф$ — число фотонов.

Исключив t из обоих равенств, получим

$$\frac{N_e e}{I}=\frac{N_ф\cdot hc}{\lambda p}.$$

$$\frac{N_ф}{N_e}=\frac{e\lambda p}{Ihc}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3\cdot 10^{-7}\cdot 1}{4{,}8\cdot 10^{-3}\cdot 6{,}63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}=50.$$

Ответ: 50.

Вариант 15

27. В начале температура воздуха в комнате уменьшится, так как часть теплоты заберёт холодный воздух.

После установления теплового равновесия температура воздуха в комнате начинает расти, так как холодильник обладает КПД и часть энергии передаётся окружающему воздуху.

28. По закону равноускоренного движения

$$2aS = v^2 - v_0^2 \quad \Rightarrow \quad S = \frac{v^2}{2a}.$$

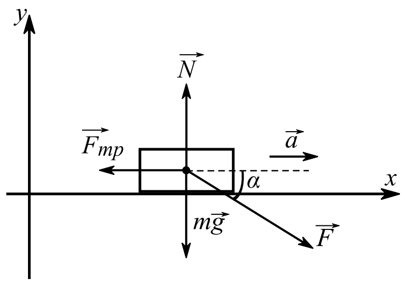


Рис. 52

Запишем 2-й закон Ньютона: $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$.

Спроецируем на оси координат:

$$\begin{cases} ma = F\cos\alpha - \mu N, \\ 0 = -F\sin\alpha + N - mg, \end{cases}$$

$$ma = F\cos\alpha - \mu(mg + F\sin\alpha),$$

$$a = \frac{F\cos\alpha}{m} - \frac{\mu}{m}(mg + F\sin\alpha) = 2{,}5\ \text{м/с}^2,$$

$$S = \frac{v^2}{2a} = 20\ \text{м}.$$

Ответ: 20 м.

29. Сделаем поясняющий рисунок 53.

Изменение импульса

$$\Delta p = p_2 - (-p_1) = 2p,$$

$$\Delta p = 2mv,$$

$$m = \frac{\Delta p}{2v} = \frac{66\ \text{кг}\cdot\text{м/с}}{22\ \text{м/с}} = 3\ \text{кг}.$$

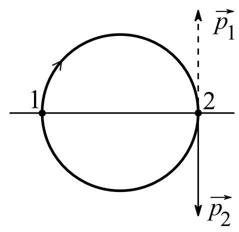


Рис. 53

Ответ: 3 кг.

30. Сделаем поясняющий рисунок 54.

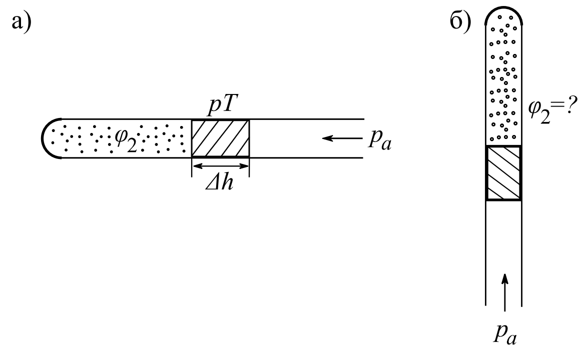


Рис. 54

При изотермическом расширении газа

$$p_1 = p_a = 760\ \text{мм рт. ст.}, \quad p_2 + 76\ \text{мм рт. ст.} = p_a.$$

$$p_2 = (760 - 76)\ \text{мм рт. ст.}$$

$$p_1V_1 = p_2V_2, \quad 760\cdot V_1 = 684\cdot V_2 \quad \Rightarrow \quad V_2 = 1{,}1V_1.$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \dfrac{m}{V_1\rho_{\text{H}}}, \\[2ex] \varphi_2 = \dfrac{m}{V_2\rho_{\text{H}}}, \end{cases} \qquad \begin{cases} 0{,}8 = \dfrac{m}{V_1\rho_{\text{H}}}, \\[2ex] \varphi_2 = \dfrac{m}{1{,}1V_1\rho_{\text{H}}}. \end{cases}$$

$$\frac{0{,}8}{\varphi_2} = \frac{m1{,}1V_1}{V_1\rho_{\text{H}}m}\rho_{\text{H}}.$$

$$\frac{0{,}8}{\varphi_2} = 0{,}9 \quad \Rightarrow \quad \varphi_2 = \frac{0{,}8}{1{,}1} = 0{,}89.$$

Ответ: $\varphi_2 \approx 72\,\%$.

31. Сила тяжести $F_т = mg = 10^{-3}$ Н.

Сила Кулона $F_к = qE = 160 \cdot 10^{-9} \cdot 25 \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^{-3}$ Н.

$F_к > F_т \quad \Rightarrow$ нить натянута вертикально вверх (см. рис. 55).

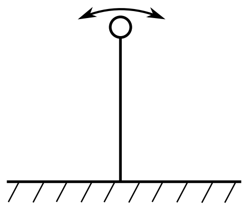


Рис. 55

$$ma = F_к - F_т \quad \Rightarrow$$

$\Rightarrow a = \dfrac{qE}{m} - g$ — ускорение свободного шарика в электрическом поле.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{qE - mg}},$$

$$T = 6{,}28\sqrt{\frac{10^{-4} \cdot 0{,}36}{3 \cdot 10^{-3}}} \approx 0{,}7 \text{ с.}$$

Ответ: $T \approx 0{,}7$ с.

32. Сделаем поясняющий рисунок 56.

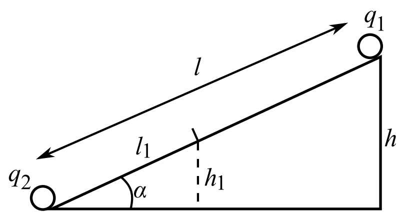


Рис. 56

$$l = \frac{h}{\sin 30^\circ} = 0{,}6 \text{ м},$$
$$h_1 = l_1 \cdot \sin 30^\circ = 0{,}1 \text{ м}.$$

$W_{нач} = mgh + k\dfrac{q_1q_2}{l}$ — начальная энергия тела.

$W_{кон} = mgh_1 + k\dfrac{q_1q_2}{l_1} + W_{кин}$ — конечная энергия тела по закону сохранения энергии.

$$mg(h - h_1) = kq_1q_2\left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l}\right) + W_{кин}.$$

$$m = \frac{kq_1q_2}{g(h-h_1)}\left(\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l}\right) + \frac{W_{кин}}{g(h-h_1)} \approx 0{,}17 \text{ кг.}$$

Ответ: 0,17 кг.

Вариант 16

27. После прохождения телом центра планеты на него действует возвращающая сила — сила тяжести со стороны слоя планеты радиусом x (см. рис. 57).

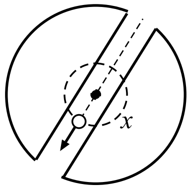


Рис. 57

$$F_{\text{возвр}} = -G\frac{\frac{4}{3}\pi\rho x^3}{x^2},$$

где ρ — плотность планеты.

$$F_{\text{возвр}} \sim x.$$

Таким образом выполняются условия свободных гармонических колебаний:

1. Существует точка устойчивого равновесия — центр планеты.
2. При смещении тела из этой точки возникает возвращающая сила.
3. Величина возвращающей силы пропорциональна смещению тела из положения равновесия.

Тело будет совершать свободные гармонические колебания.

28. Сделаем поясняющие рисунки (см. рис. 58)

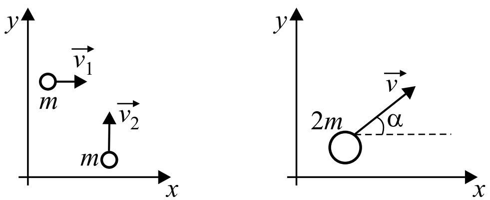


Рис. 58

Запишем закон сохранения импульса:

$$m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 = 2m\vec{v}.$$

Спроецируем этот закон на оси координат:

$$Ox:\quad mv_1 = 2mv\cos\alpha. \qquad (1)$$
$$Oy:\quad mv_2 = 2mv\sin\alpha. \qquad (2)$$

Поделим (2) на (1):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_2}{v_1} = 1{,}5 \quad\Rightarrow\quad \alpha = \operatorname{arctg} 15 \approx 56^\circ.$$

$$v = \frac{v_1}{2\cos\alpha} = \frac{10}{2\cos 56^\circ} \approx 8{,}9\,(\text{м/с}).$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} = \frac{2mv^2}{2} + Q,$$

где $Q = 2cm\Delta T$ — количество тепла, пошедшее на нагрев.

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} - v^2 = 2c\Delta T.$$

$$\Delta T = \frac{v_1^2}{4c} + \frac{mv_2^2}{4c} - \frac{v^2}{2c}.$$

$$\Delta T = \frac{10^2}{4\cdot 130} + \frac{15^2}{4\cdot 130} - \frac{8{,}9^2}{130\cdot 2} \quad\Rightarrow\quad \Delta T \approx 0{,}3\,^\circ\text{C}.$$

Ответ: 0,3 °С.

29. Сделаем поясняющий рисунок (см. рис. 59).

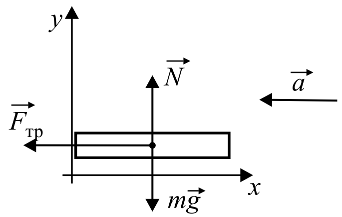


Рис. 59

По II закону Ньютона

$$mna = \mu nmg,$$

где m — масса первого вагона, a — ускорение, n — количество вагонов.

В первом случае

$$n_1 ma_1 = \mu n_1 mg \quad\Rightarrow\quad a_1 = \mu g. \qquad (1)$$

Во втором случае ускорение получают все вагоны n_1, но сила трения действует на количество вагонов n_2.

$$n_1 ma_2 = \mu n_2 mg \quad\Rightarrow\quad a_2 = \mu\frac{n_2}{n_1}g. \qquad (2)$$

При торможении до остановки

$$2aS = v_0^2 \quad \Rightarrow \quad S = \frac{v_0^2}{2g}. \qquad (3)$$

Учитывая (1), (2) и (3), получим:

$$\begin{cases} S_1 = \dfrac{v_0^2}{2\mu g} \\ S_2 = \dfrac{v_0^2 n_1}{2\mu g n_2} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad \Rightarrow \quad S_2 = \frac{10}{9} S_1.$$

$$S_2 = \frac{10}{9} \cdot 100 \approx 111\,(\text{м}).$$

Ответ: 111 м.

30. Пар конденсируется (переходит в состояние воды при 100 °С), и вода остывает до температуры T. Количество теплоты, выделяющееся при этом:

$$Q_{\text{выд.}} = r_{\text{в}} \cdot m_{\text{п}} - c_{\text{в}} \cdot m_{\text{п}}(T - 373).$$

Лёд плавится, и получившаяся вода нагревается до температуры T.

$$Q_{\text{погл.}} = \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} + c_{\text{в}} \cdot m_{\text{л}}(T - 273) + c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}}(T - 273).$$

Из таблицы со справочными данными $r_{\text{в}} = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг, $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг· °С), $\lambda_{\text{л}} = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг.

Составим уравнение теплового баланса:

$$r_{\text{в}} \cdot m_{\text{п}} - c_{\text{в}} \cdot m_{\text{п}}(T - 373) = \lambda_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} + c_{\text{в}} \cdot (m_{\text{л}} + \cdot m_{\text{в}})(T - 273).$$

$$2{,}3 \cdot 10^6 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-3} - 4200 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-3}(T - 373) =$$
$$= 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 54{,}4 \cdot 10^{-3} + 4200(54{,}4 + 500) \cdot 10^{-3}(T - 273).$$
$$2356{,}2T = 6433242{,}6 \quad \Rightarrow \quad T = 273 \text{ К} = 0\,°\text{С}.$$

Ответ: 0 °С.

31. Запишем закон Ома для участка цепи, изображенного на рис. 60.

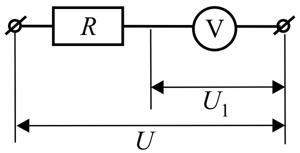


Рис. 60

$$U = I_1 R + U_1 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{U_1}{R_v} = \frac{198}{900} = 0{,}22 \text{ А}.$$

Тогда

$$U = 0{,}22R + 198. \qquad (1)$$

Аналогично запишем закон Ома для участка цепи, изображенного на рис. 61.

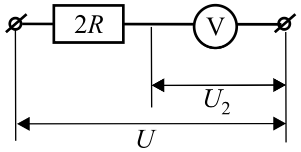


Рис. 61

$$U = I_2 R + U_2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{U_2}{R_v} = \frac{180}{900} = 0{,}2 \text{ А}.$$

Тогда

$$U = 0{,}2 \cdot 2R + 180. \qquad (2)$$

Решим (1) и (2) совместно:

$$\begin{cases} U = 0{,}22R + 198, \\ U = 0{,}4R + 180 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 0{,}22R + 198 = 0{,}4R + 180,$$

$$R = 100 \text{ Ом}.$$

$$U = 0{,}22 \cdot 100 + 198 = 220 \text{ В}.$$

Ответ: 220 В.

32. Энергия, выделяемая источником света,

$$E = P \cdot t, \quad E = N\frac{hc}{\lambda}.$$

$$Pt = N\frac{hc}{\lambda}.$$

Отсюда количество фотонов, которые излучает источник света,

$$N = \frac{Pt\lambda}{hc}.$$

Эти фотоны распределяются по сфере радиусом R.

Поверхностная плотность фотонов (количество на 1 м^2)

$$\rho = \frac{N}{4\pi R^2}.$$

Тогда количество фотонов, попадающих в глаз человека, будет

$$n = \rho \cdot \pi\frac{d^2}{4}.$$

$$n = \frac{Pt\lambda}{hc \cdot 4\pi R^2} \cdot \pi\frac{d^2}{4} \quad \Rightarrow \quad n = \frac{Pt\lambda d^2}{16hcR^2},$$

$$R = \sqrt{\frac{Pt\lambda d^2}{16hcn}}.$$

$$R = \sqrt{\frac{10 \cdot 1 \cdot 500 \cdot 10^{-9}(0{,}5 \cdot 10^{-2})^2}{16 \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 60}} \approx 811 \text{ (км)}.$$

Ответ: 811 км.

Вариант 17

27. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 62).

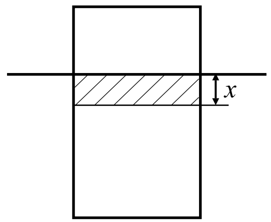


Рис. 62

Когда брусок погрузили на глубину x (из-за удара), на него действует дополнительная выталкивающая (возвращающая) сила

$$F_{\text{возвр.}} = -\rho g S x,$$

где S — площадь сечения бруска, ρ — плотность жидкости.

$$F_{\text{возвр.}} \sim x.$$

Тогда выполняются условия свободных гармонических колебаний.

1. Существует положение устойчивого равновесия.

2. При смещении тела из этого положения возникает возвращающая сила.

3. Величина возвращающей силы пропорциональна величине смещения тела.

Брусок будет совершать свободные гармонические колебания.

28. Радиус траектории тела

$$R = l_0 + \Delta l,$$

где Δl — удлинение пружины.

Расставим силы, действующие на тело (см. рис. 63).

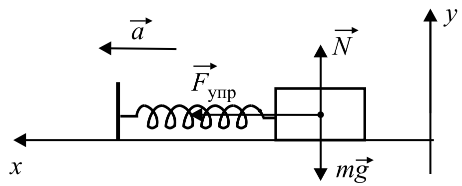


Рис. 63

Воспользуемся II законом Ньютона:

$$\begin{cases} ma = F_{\text{упр}} \\ N = mg \end{cases} \quad \to \quad ma = k \cdot \Delta l.$$

$$a = \frac{v^2}{R}, \quad v = 2\pi R\nu.$$

Ускорение, с которым движется тело

$$a = \frac{4\pi^2 R^2 \nu (l_0 + \Delta l)^2}{(l_0 + \Delta l)},$$

$$m \cdot 4\pi^2 \nu (l_0 + \Delta l) = k \cdot \Delta l,$$

$$1{,}2 \cdot 4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = 200 \cdot \Delta l - 1{,}2 \cdot 4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 1 \cdot \Delta l,$$

$$23{,}66 = \Delta l(200 - 15),$$

$$\Delta l = \frac{23{,}66}{185} = 0{,}15\,(\text{м}).$$

$$R = l_0 + \Delta l = 0{,}65\ \text{м} = 65\ \text{см}.$$

Ответ: 65 см.

29. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 64).

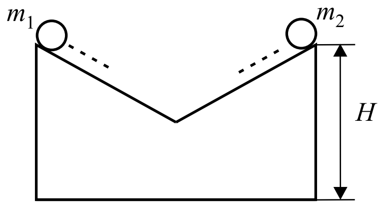


Рис. 64

Скорость каждого из шариков у основания горки (т. е. в момент их столкновения) найдём по закону сохранения энергии:

$$mgH = \frac{mv^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2gH}. \qquad (1)$$

Скорость шариков после их абсолютного неупругого удара найдём из закона сохранения импульса:

$$m_1 v - m_2 v = (m_1 + m_2)v',$$

с учётом (1) получим:

$$v' = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)}\sqrt{2gH}. \qquad (2)$$

Высоту, на которую поднимутся шарики после неупругого удара, найдём из закона сохранения энергии:

$$\frac{(m_1 + m_2)v'^2}{2} = (m_1 + m_2)gh \quad \Rightarrow \quad h = \frac{v'^2}{2g}.$$

С учётом (2) получим

$$h = \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot H.$$

Ответ: $\dfrac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot H.$

30. Составим уравнение теплового баланса:

$$Q_{\text{погл.}} = c_2 m_2 (T - 233),$$

$$Q_{\text{выд.}} = -c_1 m_1 (T - 279) - c_3 m_3 (T - 333),$$

$$Q_{\text{погл.}} = Q_{\text{выд.}},$$

$$400 \cdot 10(T - 233) = 2000 \cdot 1 \cdot (279 - T) + 2000 \cdot 5 \cdot (333 - T),$$

$$52000T = 13208000,$$

$$T = 254\ \text{К} = -19\,^\circ\text{C}.$$

Ответ: $-19\,^\circ$C.

31. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 65).

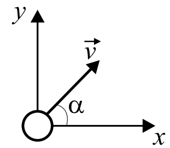


Рис. 65

$$\begin{cases} v_x = v\cos\alpha, \\ v_y = v\sin\alpha. \end{cases} \qquad (1)$$

Скорость заряженной частицы определим через работу электрического поля:

$$A = q \cdot \Delta\varphi; \quad A = \frac{mv^2}{2} - 0,$$

$$\frac{mv^2}{2} = q \cdot \Delta\varphi.$$

$$v = \sqrt{\frac{2q \cdot \Delta\varphi}{m}}. \qquad (2)$$

В магнитном поле частица будет вращаться (в плоскости y) и смещаться (в направлении x). Таким образом получается спираль (см. рис. 66).

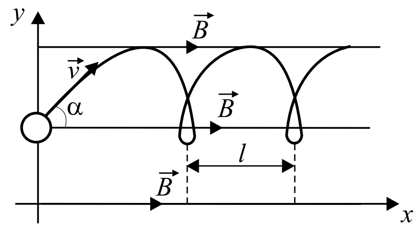


Рис. 66

Радиус траектории $R = \dfrac{mv}{qB}$. Скорость $v = \dfrac{2\pi R}{T}$.

Период вращения частицы $T = \dfrac{2\pi m}{qB}$.

Шаг спирали (т. е. расстояние между соседними витками) $l = v\cos\alpha \cdot T$. С учётом (2) получим

$$l = \frac{2\pi m\cos\alpha}{qB}\sqrt{\frac{2q\cdot\Delta\varphi}{m}} \quad \Rightarrow \quad l^2 = \frac{8\pi^2\Delta\varphi m\cos^2\alpha}{B^2 q}.$$

$$\frac{q}{m} = \frac{8\pi^2\Delta\varphi\cos^2\alpha}{l^2B^2}.$$

Ответ: $\dfrac{8\pi^2\Delta\varphi\cos^2\alpha}{l^2B^2}$.

32. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр.}}} + E_{\text{эл.}}, \qquad (1)$$

где $E_{\text{эл.}}$ — энергия фотоэлектрона.

Энергия электрона, вышедшего из металла, равна работе сил электрического поля по его торможению:

$$E_{\text{эл.}} = qEl. \qquad (2)$$

Учитывая (1) и (2), получим

$$qEl = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{\text{кр.}}}\right),$$

$$l = \frac{hc}{qE}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{\text{кр.}}}\right).$$

$$l = \frac{6{,}6\cdot10^{-34}\cdot3\cdot10^8}{1{,}6\cdot10^{-19}\cdot7{,}5\cdot10^2}\left(\frac{1}{83\cdot10^{-9}} - \frac{1}{332\cdot10^{-9}}\right) = 0{,}015\ (\text{м}).$$

Ответ: 1,5 см.

Вариант 18

27. Поскольку резонансные частоты духовых инструментов пропорциональны скорости звука, то они возрастают по мере того, как оркестрант своим дыханием согревает инструмент и тем самым увеличивает скорость звука.

28. По определению работы

$$A = F_x\cdot\Delta x = F_x S.$$

Далее $F_x = ma$, $S = \dfrac{at^2}{2}$.

Окончательно

$$A = \frac{ma^2t^2}{2} = \frac{1800\cdot10^3\cdot(0{,}07)^2\cdot10^4}{2} = 44{,}1\cdot10^6\ (\text{Дж}).$$

Ответ: 44,1 МДж.

29. Сделаем чертёж в этой задаче и расставим силы, действующие на тело (см. рис. 67).

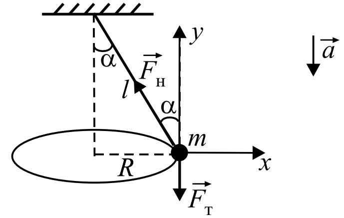


Рис. 67

Запишем II закон Ньютона для движения вдоль оси y:

$$mg - F_{\text{н}}\cdot\cos\alpha = ma,$$

отсюда $F_{\text{н}}\cdot\cos\alpha = m(g-a)$.

Для движения вдоль оси x

$$F_{\text{н}}\cdot\sin\alpha = m\omega^2 R,$$

здесь $R = l\sin\alpha$, $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$.

Окончательно имеем

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 l\cos\alpha}{g-a}} = 1{,}98\ (\text{с}).$$

Ответ: 2 с.

30. В смеси содержится $\nu_1 = 0{,}25$ моль водорода и $\nu_2 = 0{,}25$ моль кислорода. В ходе реакции используется весь водород и половина кислорода, так как $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$. Итого образуется $\nu_3 = 0{,}25$ моль водяного пара и останется $\nu_4 = 0{,}125$ моль кислорода.

Тогда можем записать

$$p_1V = (\nu_1 + \nu_2)RT,$$
$$p_2V = (\nu_3 + \nu_4)RT.$$

Отсюда $p_2 = p_1\dfrac{\nu_3 + \nu_4}{\nu_1 + \nu_2} = 1{,}76 \cdot 10^5$ (Па).

Ответ: $1{,}76 \cdot 10^5$ Па.

31. Учитывая параллельное соединение резисторов и правила Кирхгофа (направление обхода контуров против часовой стрелки), можем записать

$$I = I_1 + I_2,$$
$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = I_1 \cdot r - I_2 \cdot r,$$
$$\mathcal{E}_1 = I_1 \cdot r - I \cdot \frac{R}{2}.$$

По условию ток $I_2 = 0$.

Тогда $I = I_1$.

$$I_1 \cdot r = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2, \quad I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r},$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 - \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r} \cdot \frac{R}{2},$$

$$R = \frac{2r \cdot R_2}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2} = 1 \text{ Ом}.$$

Ответ: 1 Ом.

32. Человек всё ещё может видеть отражение лампы в воде, если луч света падает на край бассейна и отражается в глаз человека (см. рис. 68).

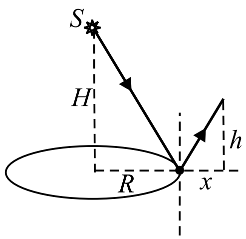


Рис. 68

Полученные треугольники будут подобными, следовательно,

$$x = \frac{hR}{H} = \frac{1{,}8 \cdot 5}{3} = 3\,(\text{м}).$$

Ответ: 3 м.

Вариант 19

27. Вода на поверхности почвы к утру замерзает, и при этом выделяется дополнительное количество теплоты.

28. Сделаем чертёж (см. рис. 69).

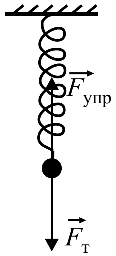


Рис. 69

В положении равновесия

$$mg = k \cdot \Delta x.$$

Отсюда

$$k = \frac{mg}{\Delta x}.$$

Груз совершает колебания под действием силы

$$F = k \cdot x = \frac{mg}{\Delta x} \cdot x.$$

Отсюда можем записать частоту колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta x}}$$

или период:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta x}{g}} \approx 0{,}3\,(\text{с}).$$

Ответ: 0,3 с.

29. Сделаем чертёж (см. рис. 70).

Запишем закон сохранения импульса в момент разрыва (в верхней точке подъёма).

$$mv = \frac{m}{2}v_1 - \frac{m}{2}v_2.$$

В этот момент $v_1 = v_2$, т. е. начальные скорости осколков равны по модулю.

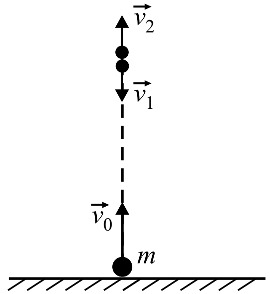


Рис. 70

Найдём скорость v_1 первого осколка (упал вниз), зная его скорость у Земли:

$$(v_1')^2 = \left(\frac{5}{3} \cdot 200\right)^2 - 2gH.$$

Найдём высоту подъёма снаряда:

$$H = \frac{v_0^2}{2g} = 2000\,(\text{м}).$$

Тогда $v_1' = \sqrt{\left(\frac{5}{3} \cdot 200\right)^2 - 20 \cdot 2000} \approx 267\,(\text{м/с}).$

Найдём скорость v_2, она равна v_1.

Найдём высоту подъёма второго осколка:

$$H_1 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{267^2}{20} = 3564\,(\text{м}).$$

Время подъёма на эту высоту

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H_1}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3564}{10}} = 26{,}6\,(\text{с}).$$

Найдём высоту, с которой падал второй осколок:

$$H_2 = H_1 + H = 5564\,(\text{м}).$$

Время падения с этой высоты

$$t_2 = \sqrt{\frac{2H_2}{g}} = 33{,}3\ \text{с}.$$

Общее время

$$t = t_1 + t_2 = 59{,}9\,(\text{с}).$$

Ответ: 60 с.

30. На участке 2–3 (изобарный процесс) газ получил количество теплоты

$$Q_{23} = \frac{5}{2}\nu R(T_3 - T_2).$$

Участок 1–2 (изохорный процесс):

$$T_2 = \frac{T_1 \cdot p_2}{p_1} = 100\,(\text{К}).$$

Окончательно

$$Q_{23} = \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 8{,}31 \cdot 300 = 12465\,(\text{Дж}).$$

Ответ: 12465 Дж.

31. По определению коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_{\text{пол.}}}{P_{\text{затр.}}} = \frac{F \cdot v}{IU}.$$

Здесь $F = mg\sin\alpha - 0{,}03mg$.

Тогда сила тока

$$I = \frac{0{,}2mgv}{\eta U} = 250\,(\text{А}).$$

Ответ: 250 А.

32. Энергия фотона находится из формулы Эйнштейна для фотоэффекта

$$E_\text{ф} = A + e \cdot \Delta U.$$

Мощность источника света

$$P = E_\text{ф} \cdot N.$$

Подставляя числа, получим

$$P = 68{,}8\ \text{Вт}.$$

Ответ: 68,8 Вт.

Вариант 20

27. На участке 1–2 температура газа растёт с ростом давления при постоянной концентрации ($P = nkT$), следовательно, газ получал некоторое количество теплоты.

На участке 2–3 с уменьшением концентрации температура газа растёт при постоянном давлении, газ также получает некоторое количество теплоты.

28. Используем формулу

$${v_2}^2 - {v_1}^2 = 2aS \quad \Rightarrow \quad a = \frac{{v_2}^2 - {v_1}^2}{2S}.$$

При $v_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad a = 165675$ м/с.

Тогда

$${v_3}^2 = {v_1}^2 - 2aS \approx 10000\,(\text{м}^2/\text{с}^2).$$

$$v_3 = 100\ \text{м/с}.$$

Ответ: 100 м/с.

29. Сделаем чертёж (см. рис. 71)

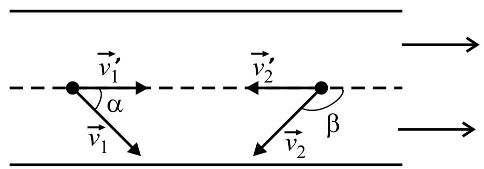


Рис. 71

Средняя скорость движения определяется как отношение пройденного пути к затраченному на этот путь времени

$$v_\text{ср} = \frac{S}{t}.$$

Далее независимо от направления скоростей имеем

$$S = \frac{v_1 \cdot t + v_2 \cdot t}{2 \cdot t}.$$

$$S = \frac{20 + 40}{2} = 30\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 30 м/с.

30. Давление влажного воздуха складывается из давления воздуха и давления водяного пара

$$p = p_{\text{в}} + p_{\text{п}}.$$

В закрытом сосуде

$$p_{\text{в}} = p_0 \cdot \frac{T}{T_0} = 10^5 \cdot \frac{373}{273} = 1{,}37 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Пусть вся вода испарилась, тогда

$$p_{\text{п}} = \frac{mRT}{MV}.$$

$$p_{\text{п}} = 5{,}1 \cdot 10^4 \text{ Па} < p_{\text{нас}} = 10^5 \text{ Па}.$$

Пар не насыщен и давление

$$p = 1{,}37 \cdot 10^5 + 5{,}1 \cdot 10^4 = 1{,}88 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Ответ: $1{,}88 \cdot 10^5$ Па.

31. Результирующее поле по принципу суперпозиции

$$E = \sqrt{E_{\text{г}}^2 + E_{\text{в}}^2}.$$

На электрон действует сила

$$F = e \cdot E.$$

Изменение кинетической энергии электрона равно работе этой силы

$$\frac{m{v_2}^2}{2} - \frac{m{v_1}^2}{2} = -F \cdot l.$$

Или иначе

$$\frac{m{v_2}^2}{2} - \frac{m{v_2}^2}{8} = -el \cdot \sqrt{E_{\text{г}}^2 + E_{\text{в}}^2}.$$

Тогда

$$v_2 = \sqrt{\frac{2el}{3m}\sqrt{E_{\text{г}}^2 + E_{\text{в}}^2}} = 4 \cdot 10^5 \text{ (м/с)}.$$

Ответ: 400 км/с.

32. Ёмкость конденсатора по определению

$$C = \frac{q}{U}.$$

Фототок прекратится, если

$$h\nu = A_{\text{вых}} + eU.$$

Отсюда

$$U = \frac{h\nu - A_{\text{вых}}}{e} = 1{,}55 \text{ (В)}.$$

Тогда

$$C = \frac{10^{-18}}{1{,}55} = 0{,}645 \cdot 10^{-18} \text{ Ф}.$$

Ответ: $6{,}45 \cdot 10^{-19}$ Ф.

Вариант 21

27. Сопротивление каждой лампочки найдём по формуле

$$R = \frac{U^2}{P}.$$

Сопротивление лампочки в 60 Вт меньше, чем сопротивление лампочки в 40 Вт, следовательно, в последовательной цепи она будет гореть менее ярко.

28. Сделаем чертёж к этой задаче (см. рис. 72).

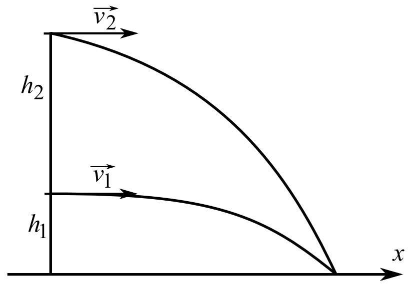


Рис. 72

По оси x движение равномерное:

$$S = v_1 \cdot t_1 \text{ и } S = v_1 \cdot t_2,$$

отсюда $v_2 = \dfrac{v_1 \cdot t_1}{t_2}$.

При свободном падении

$$h = \frac{gt^2}{2}.$$

Окончательно получим:

$$v_2 = v_1\sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = 1{,}7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Ответ: $v_2 = 1{,}7\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

29.

Запишем условие плавания шара:

$$mg = \rho_{\text{в}} g \cdot V_{\text{пог}}.$$

Далее $V_{\text{пог}} = \dfrac{V_0 + V_{\text{пол}}}{2}$, $V_0 = \dfrac{m}{\rho_{\text{ч}}}$,

$$V_{\text{пол}} = m\left(\frac{2}{\rho_{\text{в}}} - \frac{1}{\rho_{\text{ч}}}\right) = 9359\ \text{см}^3.$$

Ответ: $9359\ \text{см}^3$.

30.

Уравнение теплового баланса:

$$c_{\text{в}}(t_1 - t_3) = n'\rho \cdot V_0[c_{\text{л}}(t_4 - t_2) + \lambda + c_{\text{в}}(t_3 - t_4)],$$

отсюда находим: $n' = 7{,}9$.

Следовательно, понадобится $n = 8$ кубиков льда.

Ответ: 8.

31. Заряд на конденсаторе найдём по формуле

$$q_C = C \cdot U.$$

Найдём напряжение U. Сначала найдём напряжение на R:

$$U_R = \frac{9U_0}{29}.$$

Тогда напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{17U_0 \cdot C}{29}.$$

Ответ: $\frac{17}{29}CU_0$.

32. По определению $I = \frac{q}{t}$, за время t пройдёт заряд $q = eN_{\text{э}} \cdot t$. Тогда $N_{\text{э}} = \frac{1}{30}N_{\text{ф}}$.

$$I_{\text{макс}} = \frac{1}{30}N_{\text{ф}} \cdot e.$$

Мощность $P = \frac{W}{t} = N_{\text{ф}} \cdot h\nu$.

Отсюда $\nu = \frac{P}{N_{\text{ф}} \cdot h}$.

Окончательно

$$\nu = \frac{P \cdot e}{30I_{\text{макс}} \cdot h} = 5{,}25 \cdot 10^{14}\ \text{Гц}.$$

Ответ: $\nu = 5{,}2 \cdot 10^{14}$ Гц.

Вариант 22

27. Диэлектрик в зазоре между пластинами увеличит электроёмкость конденсатора. Заряды на обкладках не изменятся, т. к. обкладки установлены на изолирующих штативах. Вследствие этих двух причин уменьшится разность потенциалов между обкладками. Показания электрометра растут вместе с разностью потенциалов на его выводах. Поэтому в данном случае показания уменьшатся: стрелка электрометра повернётся ближе к вертикали.

28. По условию задачи

$$x = 5 + 4t - 2t^2.$$

Тогда $x_0 = 5$ м, $v_0 = 4$ м/с, $a = -4\ \text{м/с}^2$.

Выражение для скорости

$$v = 4 - 4t.$$

Если $v = 0 \ \Rightarrow\ t = 1$ с.

Тогда $x = 5 + 4 - 2 = 7$ (м).

Ответ: 7 м.

29. Уравнение движения первого тела

$$y_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Уравнение движения второго тела

$$y_2 = v_0(t - \tau) - \frac{g(t - \tau)^2}{2}.$$

По условию задачи $y_1 = y_2$.

Сделаем преобразования

$$t = \frac{v_0}{g} + \frac{\tau}{2} = \frac{50}{10} + \frac{2}{2} = 6\ (\text{с}).$$

Найдём координату встречи

$$y_1 = 50 \cdot 6 - 5 \cdot 36 = 120\ (\text{м}).$$

Ответ: 6 с, 120 м.

30. Шарик всплывет, если сила Архимеда станет равна силе тяжести

$$F_{\text{А}} = mg,$$

или

$$\rho_{\text{в}} gV = mg \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{в}} V = m.$$

Объём шарика $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Для воздуха в цилиндре

$$pV_1 = \frac{m}{M}RT \quad \text{или} \quad p = \frac{\rho RT}{M}.$$

Далее

$$\frac{pM}{RT} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = m.$$

$$p = \frac{3mRT}{4\pi R^3 M} = 1980 \text{ Па}.$$

Ответ: 1980 Па.

31. Запишем уравнение движения проводника

$$F_{\text{А}} - mg = ma,$$

где $F_{\text{А}} = BIl \cdot \sin\alpha$ — сила Ампера.

Формула ускорения

$$a = \frac{v}{t}.$$

Тогда

$$l = \frac{F_{\text{А}}}{BI \cdot \sin\alpha} = 0{,}36\,(\text{м}).$$

Ответ: 0,36 (м).

32. Уравнение фотоэффекта Эйнштейна

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + E_{\text{макс}}.$$

где $A_{\text{вых}} = \dfrac{hc}{\lambda_0}$.

Максимальная кинетическая энергия

$$E_{\text{макс}} = eEd.$$

Отсюда

$$d = \frac{hc}{eE}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) \approx 15\,(\text{мм}).$$

Ответ: 15 мм.

Вариант 23

27. Ярче вспыхнет лампа на схеме б. В случае б за счёт вставленного диэлектрика электроёмкость конденсатора выше, следовательно, он накопит бóльший заряд, который после переключения ключа и вызовет более яркую вспышку лампы.

28. Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = mgh_1,$$

где v — первоначальная скорость мяча, h — высота, с которой бросили мяч, $h_1 = h + 1$ — высота, на которую мяч поднялся после отскока.

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = mg(h+1),$$

$$v^2 + 2gh = 2g(h+1),$$

$$v^2 = 2g(h+1) - 2gh = 2g.$$

$$v = \sqrt{2g} = 4{,}5\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 4,5 м/с.

29. Найдем скорость, которую получил конькобежец после броска камня, используя закон сохранения импульса:

$$Mv_1 = mv_2,$$

$$v_2 = \frac{M \cdot v_1}{m}.$$

Под действием силы трения $F_{\text{тр}} = \mu mg$ конькобежец приобретает ускорение a.

$$ma = \mu mg \;\Rightarrow\; a = \mu g.$$

Замедляясь с этим ускорением, конькобежец проехал путь S за время t и остановился.

$$v = v_1 - a \cdot t \;\Rightarrow\; a = \frac{v_1}{t}.$$

$$S = v_1 \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2} = \frac{v_1^2}{a} - \frac{v_1^2}{2 \cdot a} = \frac{v_1^2}{2 \cdot a} = \frac{v_1^2}{2 \cdot \mu g}.$$

Отсюда скорость конькобежца

$$v_1 = \sqrt{2\mu gS},$$

а скорость предмета

$$v_2 = \frac{M \cdot \sqrt{2\mu gS}}{m} = \frac{70 \cdot \sqrt{2 \cdot 0{,}01 \cdot 10 \cdot 0{,}45}}{0{,}5} = 42 \text{ м/с}.$$

Ответ: 42 м/с.

30. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для первого и второго случаев:

$$p_1V = \frac{m_1}{M}RT_1, \qquad (1)$$

$$p_2V = \frac{m_1 - \Delta m}{M}RT_2. \qquad (2)$$

Из уравнения (2) выразим первоначальную массу газа

$$m_1 - \Delta m = \frac{Mp_2V}{RT_2},$$

$$m_1 = \frac{Mp_2V}{RT_2} + \Delta m.$$

Подставим выражение для начальной массы газа в уравнение (1):

$$p_1V = \frac{\frac{Mp_2V}{RT_2} + \Delta m}{M}RT_1.$$

Отсюда

$$p_1 = \frac{T_1}{T_2} \cdot p_2 + \frac{m}{MV}RT_1,$$

$$p_1 = \frac{300}{288} \cdot 10^6 + \frac{0{,}02}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot 300 = 5{,}2 \cdot 10^6\,(\text{Па})=5{,}2\,(\text{МПа}).$$

Ответ: 5,2 МПа.

31. По закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R},$$

где r — общее внутреннее сопротивление двух параллельно соединённых элементов с одинаковыми ЭДС.

$$r = \frac{r_1r_2}{r_1 + r_2}.$$

Следовательно, через внешнее сопротивление R будет протекать ток

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{r_1r_2}{r_1 + r_2} + R}.$$

$$I = \frac{8}{\frac{2 \cdot 3}{2 + 3} + 2{,}8} = 2\,(\text{А}).$$

Амперметр в электрической схеме регистрирует ток, текущий через ЭДС с внутренним сопротивлением $r_2 = 2$ Ом.

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2, \\ I_1 \cdot r_1 = I_2 \cdot r_2. \end{cases}$$

Решив эту систему, получим

$$I_2 = \frac{I}{1 + \frac{r_2}{r_1}},$$

$$I_2 = \frac{2}{1 + \frac{2}{3}} = 1{,}2\,(\text{А}).$$

Ответ: 1,2 А.

32. Испущенный фотон имел энергию

$$h\nu = E_2 - E_1 = -\frac{13{,}6}{3^2} + \frac{13{,}6}{2^2} = 1{,}89\text{ эВ}.$$

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + E_{\text{к}}.$$

Здесь $E_{\text{к}}$ — максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона, $A_{\text{вых.}}$ — работа выхода электрона из металла.

Учтём, что работа выхода $A_{\text{вых.}}$ связана с длиной волны красной границы $\lambda_{\text{кр.}}$ соотношением $A_{\text{вых.}} = \dfrac{hc}{\lambda_{\text{кр.}}}$.

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр.}}} + E_{\text{к}}.$$

Следовательно, максимально возможная кинетическая энергия фотоэлектрона равна

$$E_{\text{к}} = h\nu - \frac{hc}{\lambda_{\text{кр.}}}.$$

$$E_{\text{к}} = 1{,}89 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} - \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{820 \cdot 10^{-9}} =$$

$$= 3{,}024 \cdot 10^{-19} - 2{,}41 \cdot 10^{-19} = 0{,}614 \cdot 10^{-19}\text{ Дж} = 0{,}4\text{ эВ}.$$

Ответ: 0,4 эВ.

Вариант 24

27. До замыкания ключа вольтметр будет показывать нулевое значение напряжения. После замыкания ключа напряжение на конденсаторе будет расти (показания вольтметра увеличатся) и достигнет максимального значения, когда конденсатор полностью зарядится. После этого показание вольтметра меняться не будет.

28. В начальный момент времени пуля имела только кинетическую энергию $\frac{m{v_0}^2}{2}$.

С течением времени скорость будет меняться по закону $v = v_0 - gt$.

Через две секунды пуля будет обладать кинетической и потенциальной энергией. Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{m{v_0}^2}{2} = \frac{m(v_0 - gt)^2}{2} + E_{\text{п}}.$$

$$E_{\text{п}} = \frac{m{v_0}^2}{2} - \frac{m(v_0 - gt)^2}{2}.$$

$$E_{\text{п}} = \frac{0{,}075 \cdot 30^2}{2} - \frac{0{,}075(30 - 10 \cdot 2)^2}{2} = 33{,}75 - 3{,}75 = 30\,(\text{Дж}).$$

Ответ: 30 Дж.

29. На стержень действуют три силы: сила натяжения нити $\vec{T}$, сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{F}$, с которой на него действует шарнир (см. рис. 73).

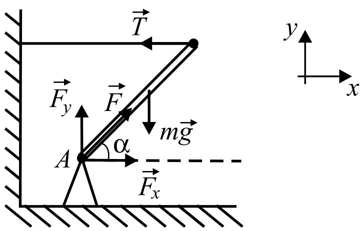


Рис. 73

Стержень находится в состоянии равновесия, следовательно, векторная сумма всех действующих на него сил равна нулю $\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F} = 0$.

В проекции на оси Ox и Oy

$$F_x - T = 0 \quad \Rightarrow \quad F_x = T,$$
$$F_y - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad F_y = mg.$$

В положении равновесия равна нулю и сумма моментов сил, действующих на стержень, относительно оси, проходящей через точку опоры стержня на шарнир (перпендикулярно плоскости рисунка).

$$T \cdot l \sin\alpha = mg\frac{l}{2}\cos\alpha.$$

Следовательно, сила натяжения нити $T = \frac{mg}{2}\operatorname{ctg}\alpha$.

Сила $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{T^2 + (mg)^2} = \sqrt{\left(\frac{mg}{2}\operatorname{ctg}\alpha\right)^2 + (mg)^2} =$

$$= mg\sqrt{\left(\frac{1}{2}\operatorname{ctg}\alpha\right)^2 + 1}.$$

$$F = 2 \cdot 10\sqrt{\frac{1}{4} + 1} = 22{,}4\,(\text{Н}).$$

Ответ: 22,4 Н.

30. Запишем уравнения Менделеева — Клапейрона для этих двух газов:

$$p_1V = \frac{m_1}{M_1}RT \quad (\text{для азота } M_1 = 28 \text{ г/моль}),$$

$$p_2V = \frac{m_2}{M_2}RT \quad (\text{для углекислого газа } M_2 = 44 \text{ г/моль}).$$

Учтём, что по закону Дальтона $p = p_1 + p_2$.

$$p = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right).$$

Плотность смеси найдём как отношение её массы к занимаемому объёму:

$$V = \frac{RT}{p}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right),$$

$$\rho = \frac{p(m_1 + m_2)}{RT\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right)},$$

$$\rho = \frac{10^5 0{,}03}{8{,}31 \cdot 300\left(\frac{10}{28} + \frac{20}{44}\right)} = 1{,}482 \text{ кг/м}^3.$$

Ответ: 1,482 кг/м³.

31. При пролёте внутри конденсатора на протон действует сила $F = qE$, направленная вертикально вниз. Из второго закона Ньютона $ma = qE$, следовательно, $a = \dfrac{qE}{m}$. Это ускорение влияет на вертикальную составляющую скорости (v_y), а горизонтальная составляющая скорости (v_x) со временем не меняется, оставаясь равной v_0.

Время пролёта сквозь конденсатор $t = \dfrac{l}{v_0}$.

Вертикальная составляющая скорости в момент вылета из конденсатора

$$v_y = at = \frac{qE}{m} \cdot \frac{l}{v_0}.$$

Скорость вылета

$$v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qEl}{mv_0}\right)^2}.$$

Отношение скорости вылета и начальной скорости протона

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qEl}{mv_0}\right)^2}}{v_0} = \sqrt{1 + \left(\frac{qEl}{mv_0^2}\right)^2} = 1{,}32.$$

Ответ: 1,32.

32. Испущенный фотон имел энергию

$$h\nu = E_2 - E_1 = -\frac{13{,}6}{3^2} + \frac{13{,}6}{2^2} = 1{,}89 \text{ эВ}.$$

Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + E_{\text{к}}.$$

Здесь $E_{\text{к}}$ — максимальная кинетическая энергия вылетевшего электрона, $A_{\text{вых.}}$ — работа выхода электрона из металла.

Учтём, что работа выхода $A_{\text{вых.}}$ связана с частотой волны красной границы $\nu_{\text{кр.}}$ соотношением $A_{\text{вых.}} = h\nu_{\text{кр.}}$.

$$h\nu = h\nu_{\text{кр.}} + E_{\text{к}}.$$

Максимально возможная кинетическая энергия фотоэлектрона равна

$$E_{\text{к}} = h\nu - h\nu_{\text{кр.}}.$$

Следовательно, максимально возможный модуль импульса фотоэлектрона

$$p = \sqrt{2mE_{\text{к}}} = \sqrt{2m(h\nu - h\nu_{\text{кр.}})}.$$

$$p = \sqrt{2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}(1{,}89 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} - 6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 10^{14})} =$$
$$= 5{,}6 \cdot 10^{-25} \text{ кг} \cdot \text{м/с}.$$

Ответ: $5{,}6 \cdot 10^{-25}$ кг · м/с.

Вариант 25

27. Рамка повернётся на 90° по часовой стрелке вокруг оси AB так, что ближайшая к магниту сторона рамки опустится вниз.

28. Запишем закон сохранения энергии

$$\frac{m \cdot {v_1}^2}{2} = A + \frac{m \cdot {v_2}^2}{2}.$$

Здесь $A = Fd$ — энергия, потраченная на преодоление силы сопротивления, действующей на пулю в доске, d — толщина доски.

$$\frac{m \cdot {v_1}^2}{2} = Fd + \frac{m \cdot {v_2}^2}{2}.$$

$$d = \frac{\frac{m}{2}\left({v_1}^2 - {v_2}^2\right)}{F}.$$

$$d = \frac{\frac{0{,}01}{2}\left(500^2 - 100^2\right)}{120 \cdot 10^3} = 0{,}01 \text{ (м)} = 1 \text{ (см)}.$$

Ответ: 1 см.

29. Массу кубика можно найти как произведение его объёма на плотность.

$$m = \rho \cdot V.$$

Сила тяжести, действующая на кубик

$$F_{\text{т}} = mg = \rho V g.$$

Кубик плавает на границе двух сред, значит, на него действуют две выталкивающие силы: одна — со стороны керосина $F_{\text{к}}$, другая — со стороны воды $F_{\text{в}}$. Эти две силы уравновешивают действующую на кубик силу тяжести:

$$F_{\text{т}} = F_{\text{в}} + F_{\text{к}},$$
$$\rho V g = \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot V_{\text{в}} + \rho_{\text{к}} \cdot g \cdot V_{\text{к}},$$

где $V_{\text{в}} = a^2 \cdot b$ — объём части кубика, погружённой в воду, $V_{\text{к}} = a^2 \cdot (a-b)$ — объём части кубика, погружённой в керосин, $V_{\text{к}} = a^3$ — объём всего кубика.

$$\rho a^3 g = \rho_{\text{в}} g b a^2 + \rho_{\text{к}} g (a-b) a^2.$$
$$\rho a = \rho_{\text{в}} b + \rho_{\text{к}} a - \rho_{\text{к}} b.$$
$$a(\rho - \rho_{\text{к}}) = (\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}}) b.$$

Отсюда длина ребра кубика

$$a = \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{к}}}{\rho - \rho_{\text{к}}} \cdot b.$$

$$a = \frac{1000-800}{960-800} \cdot 0{,}05 = 0{,}0625\,(\text{м}) = 6{,}25\,(\text{см}).$$

Ответ: 6,25 см.

30. По условию задачи на нагревание пули пошло $\eta = 75\,\%$ изменения её кинетической энергии.

$$Q = \eta \cdot \left(\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}\right).$$

Полученная энергия пошла на нагревание всей пули массой m до температуры плавления (т.е. на $327{,}5\,°\text{C} - 40\,°\text{C} = 287{,}5\,°\text{C}$) и плавления некоторой её части m_0.

$$Q = cm\Delta t + \lambda m_0.$$

$$\eta \cdot \left(\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}\right) = cm\Delta t + \lambda m_0.$$

$$\eta \cdot \left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2}\right) = c\Delta t + \lambda \frac{m_0}{m}.$$

Доля расплавленной части пули:

$$\frac{m_0}{m} = \left(\eta \cdot \left(\frac{v_1^2}{2} - \frac{v_2^2}{2}\right) - c\Delta t\right) \cdot \frac{1}{\lambda}.$$

$$\frac{m_0}{m} = \left(0{,}75 \cdot \left(\frac{350^2}{2} - \frac{100^2}{2}\right) - 130 \cdot 287{,}5\right) \cdot \frac{1}{25000} = 0{,}1925 = 19{,}25\,\%.$$

Ответ: 19,25 %.

31. Количество теплоты, выделившееся в нагревателе, можно найти, используя закон Джоуля — Ленца:

$$Q = \frac{U^2}{R} t. \qquad (1)$$

Количество теплоты, потребовавшееся для нагревания воды в двух описанных случаях, равно ($Q_1 = Q_2$).

$$\frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2.$$

Следовательно,

$$R_2 = \frac{t_2}{t_1} R_1.$$

Так как нагреватели подключены параллельно, то общее сопротивление

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_1^2 \frac{t_2}{t_1}}{R_1 + \frac{t_2}{t_1} R_1} = \frac{R_1 t_2}{t_1 + t_2}.$$

Для нахождения времени закипания воды в этом случае, подставим выражение для общего сопротивления R в формулу (1):

$$Q = \frac{U^2 t_1 + t_2}{R_1 t_2} t_3.$$

$$\frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2 t_1 + t_2}{R_1 t_2} t_3.$$

$$\frac{t_1}{R_1} = \frac{t_1 + t_2}{R_1 t_2} t_3.$$

$$t_3 = \frac{t_1 R_1 t_2}{R_1 (t_1 + t_2)} = \frac{t_1 t_2}{(t_1 + t_2)} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\,(\text{мин}).$$

Ответ: 12 мин.

32. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mV^2}{2},$$

где A — работа выхода электрона, $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ — частота падающего света, $\dfrac{mV^2}{2}$ — кинетическая энергия вылетевших электронов.

Работа выхода связана с красной границей фотоэффекта λ_0 следующим соотношением:

$$A = h\nu_0 = h\frac{c}{\lambda_0},$$

$$h\frac{c}{\lambda} = h\frac{c}{\lambda_0} + \frac{mV^2}{2}.$$

Фототок прекратится при таком напряжении U, что $eU = \dfrac{mV^2}{2}$.

$$hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right) = eU,$$

$$U = \frac{hc}{e}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right),$$

$$U = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{10^9}{220} - \frac{10^9}{320}\right) = 1{,}7\ \text{В}.$$

Ответ: 1,7 В.

Вариант 26

27. Пока в цепи протекал постоянный ток, в соседних витках пружины направление этого тока было одинаковым. По закону Ампера параллельные проводники с электрическими токами, текущими в одном направлении, притягиваются. Следовательно, до размыкания цепи пружина была в сжатом состоянии, а после — длина пружины увеличится.

28. Запишем закон сохранения импульса:
$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)u,$$
где u — скорость, которую имели шары после удара.
$$u = \frac{m_1v_1 - m_2v_2}{m_1 + m_2} = \frac{4 \cdot 2 - 1 \cdot 3}{5} = 1\,(\text{м/с}).$$

Запишем закон сохранения энергии:
$$\frac{m_1{v_1}^2}{2} + \frac{m_2{v_2}^2}{2} = Q + \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}.$$

Выделившееся при ударе количество теплоты Q можно найти как разницу кинетических энергий шаров до и после удара.
$$Q = \frac{m_1{v_1}^2}{2} + \frac{m_2{v_2}^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}.$$
$$Q = \frac{4 \cdot 4}{2} + \frac{1 \cdot 9}{2} - \frac{5 \cdot 1}{2} = 8 + 4{,}5 - 2{,}5 = 10\,(\text{Дж}).$$

Ответ: 10 Дж.

29. Сделаем чертёж задачи (см. рис. 74).

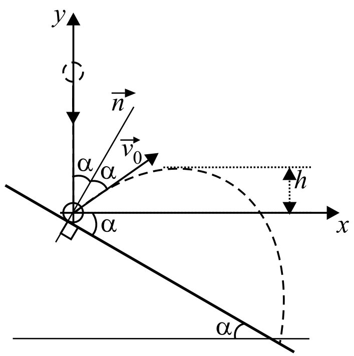


Рис. 74

Проведём нормаль $\vec{n}$ в наклонной плоскости, о которую ударяется шарик.

Шарик отскакивает от плоскости под тем же углом к нормали, под которым упал. Из геометрических соображений этот угол совпадает с углом наклона плоскости.

По закону сохранения импульса
$$m\vec{v}_0 = m\vec{v}_0 + \vec{p}_{\text{пл}}.$$
В проекции на направление нормали n
$$-mv_0 \cos\alpha = mv_0 \cos\alpha - p_{\text{пл}},$$
$$p_{\text{пл}} = 2mv_0 \cos\alpha.$$

Начальная скорость
$$v_0 = \frac{p_{\text{пл}}}{2m\cos\alpha}.$$

Проекция v_y будет со временем меняться по закону $v_y = v_0 \sin\alpha t - gt$.

В верхней точке траектории $v_y = 0$, следовательно, $t' = \dfrac{v_0 \sin\alpha}{g}$.

Координата y шарика после удара будет меняться по закону
$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}.$$

В момент t' координата y
$$y(t') = v_o \sin\alpha \cdot \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g \cdot (v_0 \sin\alpha)^2}{2g^2} = \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{2g}.$$
$$y(t') = \frac{p^2 \sin^2\alpha}{4m^2 \cos^2\alpha \cdot 2g}.$$
$$y(t') = \frac{4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 4}{4 \cdot 0{,}25 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 10} = 0{,}067\ \text{м} = 6{,}7\,(\text{см}).$$

Ответ: 6,7 см.

30. КПД замкнутого цикла равно отношению совершённой работы (A) к количеству теплоты, которое газ получает за цикл от нагревателя Q_1.
$$\eta = \frac{A}{Q_1} \cdot 100\%.$$

Работу, совершённую газом за замкнутый цикл, можно найти как площадь замкнутой фигуры pV на диаграмме
$$A = \frac{1}{2} \cdot 2p_0 \cdot 3V_0 = 3p_0V_0.$$

В процессе своей работы газ получает теплоту от нагревателя на участках $1 \to 2$ и $2 \to 3$.

Участок $1 \to 2$ соответствует изохорному процессу.

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu RT_2 - \frac{3}{2}\nu RT_1.$$

Воспользуемся уравнением Менделеева — Клапейрона для трёх точек цикла:

для состоянии (1) $p_0V_0 = \nu RT_1$,
для состоянии (2) $3p_0V_0 = \nu RT_2$,
для состоянии (3) $3p_04V_0 = \nu RT_3$.

Отсюда

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \cdot (3p_0V_0) - \frac{3}{2} \cdot (p_0V_0) = 3p_0V_0.$$

Участок $2 \to 3$ соответствует изобарному процессу.

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}.$$
$$A_{23} = 3p_0 \cdot 3V_0 = 9p_0V_0,$$
$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\nu R(T_3 - T_2) = \frac{3}{2}\nu RT_3 - \frac{3}{2}\nu RT_2 =$$
$$= \frac{3}{2} \cdot (12p_0V_0) - \frac{3}{2} \cdot (3p_0V_0) = \frac{27}{2}p_0V_0.$$

Следовательно,

$$Q_{23} = \frac{27}{2}p_0V_0 + 9p_0V_0 = 22{,}5p_0V_0.$$
$$Q_1 = Q_{23} + Q_{12} = 22{,}5p_0V_0 + 3p_0V_0 = 25{,}5p_0V_0.$$

КПД этого цикла

$$\eta = \frac{3p_0V_0}{25{,}5p_0V_0} \cdot 100\,\% \approx 12\,\%.$$

Ответ: 12 %.

31. Конденсатор со вставленной внутрь него стеклянной пластиной (см. рис. 75а) можно представить как три конденсатора, соединённых последовательно (см. рис. 75б).

Ёмкости каждого из этих конденсаторов:

$$C_1 = C_3 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1},$$
$$C_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d_2}.$$

Здесь $d_1 = \dfrac{10-2}{2} = 4$ (см) — толщина первого и третьего конденсаторов.

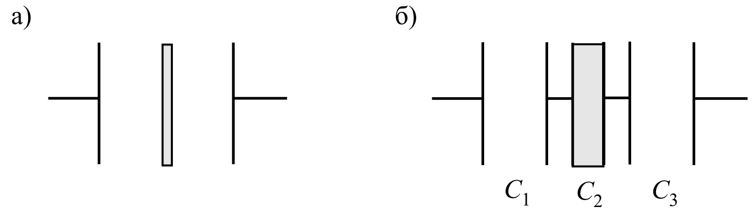


Рис. 75

Общая ёмкость конденсатора до того, как из него вытащили стекло, можно найти по формуле:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{d_1}{\varepsilon_0 S} + \frac{d_2}{\varepsilon_0\varepsilon S} + \frac{d_1}{\varepsilon_0 S} = \frac{2\varepsilon d_1 + d_2}{\varepsilon_0\varepsilon S},$$
$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{2\varepsilon d_1 + d_2}.$$

Общая ёмкость конденсатора после того, как из него вытащили стекло:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

После вытаскивания стекла заряд конденсатора не меняется:

$$Q_1 = Q_2,$$
$$CU_1 = C_0U.$$

Напряжение

$$U = \frac{CU_1}{C_0} = \frac{\varepsilon U_1 d}{(2\varepsilon d_1 + d_2)}.$$
$$U = \frac{7 \cdot 290 \cdot 0{,}1}{(2 \cdot 7 \cdot 0{,}04 + 0{,}02)} = 350\,(\text{В}).$$

Ответ: 350 В.

32. Запишем для обоих экспериментов уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} + \frac{m{V_1}^2}{2}; \qquad (1)$$
$$\frac{hc}{\lambda_2} = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}} + \frac{m{V_2}^2}{2}. \qquad (2)$$

Из условия задачи известно, что $V_2 = 2V_1$, следовательно, из уравнения (2)

$$\frac{m{V_2}^2}{2} = \frac{4m{V_1}^2}{2} = \frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}}.$$

Подставим в уравнение (1)

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \frac{hc}{\lambda_{кр}} + \frac{1}{4}\left(\frac{hc}{\lambda_2} - \frac{hc}{\lambda_{кр}}\right),$$

$$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{3}{4}\frac{1}{\lambda_{кр}} + \frac{1}{4\lambda_2} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{кр}} = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{4\lambda_2}\right) = 10^6\,\frac{1}{м}.$$

$$\lambda_{кр} = 10^{-6}\text{ м} = 1\text{ (мкм)}.$$

Ответ: 1 мкм.

Вариант 27

27. Амперметр A_1 сразу покажет большое значение силы тока, которое не будет меняться. Ток, текущий через амперметр A_2, будет с течением времени медленно увеличиваться из-за возникающей в катушке ЭДС самоиндукции, мешающей току. Спустя продолжительное время после замыкания ключа К амперметры A_1 и A_2 покажут одинаковую силу тока.

28. В процессе падения капля движется с ускорением g. Путь, который проходит капля, зависит от времени следующим образом:

$$S = v_0 \cdot t + \frac{at^2}{2} = \frac{gt^2}{2}.$$

Здесь $v_0 = 0$ — начальная скорость тела, t — время, прошедшее с начала падения.

Путь капли за третью секунду своего падения равен разнице между положением капли при $t = 3$ с и $t = 2$ с.

$$S = \frac{g3^2}{2} - \frac{g2^2}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} - \frac{10 \cdot 4}{2} = 45 - 20 = 25 \text{ м}.$$

Ответ: 25 м.

29. Сделаем поясняющий рисунок 76а.

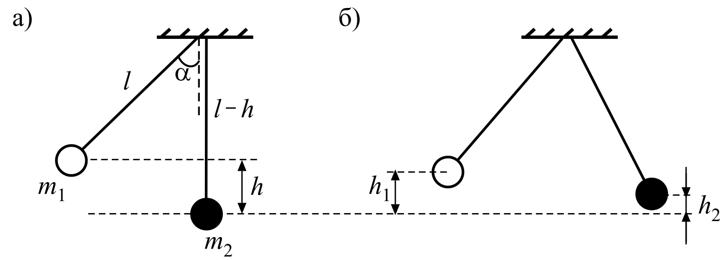


Рис. 76

Шарики ударились упруго, следовательно, после соударения они разлетелись в разные стороны (см. рис. 76б). Запишем закон сохранения импульса:

$$m_1 v = m_2 v_2 - m_1 v_1.$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

Здесь v — скорость первого шарика перед ударом, v_1 и v_2 — скорости шариков после удара.

$$\begin{cases} m_1(v^2 - v_1^2) = m_2 v_2^2, \\ m_1(v + v_1) = m_2 v_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1(v - v_1)(v + v_1) = m_2 v_2^2, \\ m_1(v + v_1) = m_2 v_2 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \ v_1 = v - v_2.$$

Отсюда скорость второго шара сразу после удара

$$v_2 = \frac{2m_1 v}{m_1 + m_2}.$$

Скорость первого шара в момент удара найдём из закона сохранения его механической энергии:

$$m_1 gh = m_1 gl(1 - \cos\alpha) = \frac{m_1 v^2}{2},$$
$$v = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}.$$

Следовательно,

$$v_2 = \frac{2m_1\sqrt{2gl(1 - \cos\alpha)}}{m_1 + m_2}.$$

Запишем закон сохранения энергии для второго шара:

$$m_2 gh_2 = \frac{m_2 v_2^2}{2} \ \Rightarrow \ h_2 = \frac{v_2^2}{2g},$$

$$h_2 = \frac{4m_1^2 \cdot 2gl(1 - \cos\alpha)}{2g(m_1 + m_2)^2} = \frac{4m_1^2 l(1 - \cos\alpha)}{(m_1 + m_2)^2} = 0{,}08 \text{ м} = 8 \text{ см}.$$

Ответ: 8 см.

30. Так как газ нагревают изобарически ($p = const$), то $\dfrac{V}{T} = const$.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \ \Rightarrow \ V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1}.$$

После нагревания к газу подключили дополнительный объём V_0. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для случаев до и после увеличения объёма сосуда:

$$p_1 V_2 = \nu R T_2,$$
$$p_3(V_2 + V_0) = \nu R T_3.$$

Следовательно, температура газа после увеличения объёма сосуда

$$T_3 = \frac{p_3(V_2 + V_0)}{p_1 V_2} \cdot T_2.$$

Подставим в эту формулу полученное раньше выражение для V_2, получим

$$T_3 = \frac{p_3\left(V_1 \dfrac{T_2}{T_1} + V_0\right)}{p_1 V_1 \dfrac{T_2}{T_1}} \cdot T_2.$$

$$T_3 = \frac{(V_1 T_2 + V_0 T_1) p_3 T_2}{p_1 V_1 T_2} = \frac{(V_1 T_2 + V_0 T_1) p_3}{p_1 V_1}.$$

$$T_3 = \frac{(6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 150 \text{ К} + 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 100 \text{ К}) 1 \cdot 10^5 \text{ Па}}{2 \cdot 10^5 \text{ Па} 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 91{,}7 \text{ К}.$$

Ответ: 91,7 К.

31. Изобразим силы, действующие на шарик на рисунке 77. На каждый из них действуют сила тяжести, сила натяжения нити (T) и кулоновская сила (F).

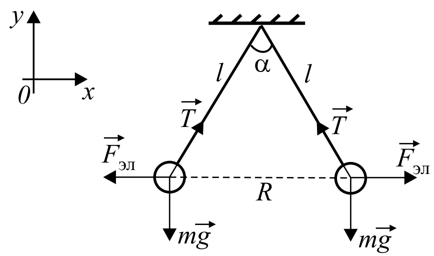


Рис. 77

Рассмотрим правый шарик и запишем действующие на него силы в проекциях на оси x и y:

на Ox $\quad T \cdot \sin\dfrac{\alpha}{2} = F,$

на Oy $\quad T \cdot \cos\dfrac{\alpha}{2} = mg.$

Поделим первое уравнение на второе:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{F}{mg}.$$

По закон Кулона

$$F = \frac{kq^2}{R^2},$$

где R — расстояние между зарядами. Из рисунка видно, что $R = 2l\sin\dfrac{\alpha}{2}$.

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{kq^2}{4l^2 \sin^2\dfrac{\alpha}{2} mg}.$$

Выразим отсюда массу одного шарика:

$$m = \frac{kq^2}{4gl^2\sin^2\dfrac{\alpha}{2}\,\mathrm{tg}\,\dfrac{\alpha}{2}}.$$

$$m = \frac{9\cdot 10^9\ \text{Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2\cdot 4\cdot 10^{-12}\ \text{Кл}}{4\cdot 10\,\dfrac{\text{Н/кг}}{\cdot}0{,}16\ \text{м}^2\cdot 0{,}25\cdot 0{,}58} = 39\cdot 10^{-3}\ \text{кг} = 39\ \text{г}.$$

Ответ: 39 г.

32. По формуле тонкой линзы

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}, \qquad (1)$$

где f — расстояние от линзы до изображения, d — расстояние от линзы до предмета.

Увеличение предмета

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}.$$

Здесь H — размеры изображения, h — размеры предмета.

$$\begin{cases} f + d = l, \\ f = \Gamma\cdot d \end{cases} \Rightarrow\ d + \Gamma d = l.$$

$$d = \frac{l}{\Gamma+1},\quad f = \frac{\Gamma l}{\Gamma+1}.$$

Сделаем подстановку в формулу (1):

$$D = \frac{\Gamma+1}{\Gamma l} + \frac{\Gamma+1}{l} = \frac{\Gamma+1+\Gamma(\Gamma+1)}{\Gamma\cdot l} = \frac{(\Gamma+1)^2}{\Gamma l},$$

$$D = \frac{25}{4\cdot 2{,}5} = 2{,}5\ \text{дптр}.$$

Ответ: 2,5 дптр.

Вариант 28

27. После размыкания ключа в резисторе направление тока изменится на противоположное, а сила тока будет уменьшаться.

28. Сделаем чертёж задачи (см. рис. 78).

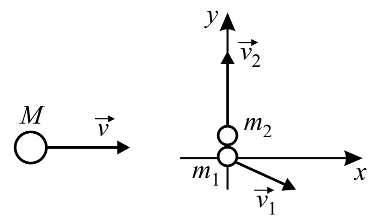


Рис. 78

Запишем закон сохранения импульса:

$$M\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2.$$

Учтём, что $m_1 = m_2 = 0{,}5M$ и запишем этот закон в проекциях на оси Ox и Oy.

$$Ox:\ \ Mv = 0{,}5Mv_{1x},$$
$$Oy:\ \ 0 = 0{,}5Mv_{1y} - 0{,}5Mv_2.$$

Отсюда $v_{1x} = 2v$, $v_{1y} = v_2$.

Скорость первого осколка

$$v_1 = \sqrt{v_{1x}^2 + v_{1y}^2} = \sqrt{4v^2 + v_2^2},$$
$$v_1 = \sqrt{4\cdot 40^2 + 60^2} = \sqrt{4\cdot 1600 + 3600} = 100\ (\text{м/с}).$$

Ответ: 100 м/с.

29. Запишем закон сохранения энергии и закон сохранения импульса для кубика (M) и налетающего на него со скоростью v_0 шара (m):

$$mv_0 = Mu + mv,$$
$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}.$$

Выразим из закона сохранения импульса скорость шара после удара $v = v_0 - \dfrac{M}{m}u$.

Подставив это выражение в закон сохранения энергии, получим

$$u = \frac{2mv_0}{M+m}.$$

Кинетическая энергия, которой обладал кубик сразу после удара $\left(\frac{Mu^2}{2}\right)$, пошла на работу против силы трения

$$\frac{Mu^2}{2} = A_{\text{тр}},$$

$$\frac{Mu^2}{2} = F_{\text{тр}} \cdot S = \mu MgS.$$

Следовательно,

$$S = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{1}{2\mu g} \cdot \left(\frac{2mv_0}{M+m}\right)^2 = \frac{2m^2v_0^2}{\mu g(M+m)^2}.$$

$$S = \frac{2 \cdot 0{,}25 \cdot 4}{0{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}36} = 2{,}78 \text{ м}.$$

Ответ: 2,78 м.

30. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для начального состояния газа (до его нагревания):

$$p \cdot V_1 = \frac{m}{M} RT_1.$$

Давление газа p складывается из атмосферного давления $p_{\text{атм.}} = 10^5$ Па и давления, которое на него оказывает поршень. Последнее равно отношению силы, с которой поршень давит на газ, к площади этого поршня $\frac{M_{\text{порш.}}g}{S}$.

$$\left(p_{\text{атм.}} + \frac{M_{\text{порш.}}g}{S}\right) \cdot h_1 S = \frac{m}{M} RT_1. \quad (1)$$

Здесь $V = h_1 \cdot S$ — первоначальный объём газа.

Газ неизменной массы расширяется при постоянном давлении, следовательно, должно выполняться соотношение

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Здесь $V_1 = S \cdot h_1$ — объём, который занимал газ до нагревания на температуру ΔT, $V_2 = S \cdot (h_1 + \Delta h)$ — объём газа после нагревания.

Следовательно,

$$\frac{h_1}{T_1} = \frac{h_1 + \Delta h}{T_1 + \Delta T}.$$

Отсюда $h_1 = \frac{T_1}{\Delta T} \Delta h$.

Подставим это выражение в (1):

$$\left(p_{\text{атм.}} + \frac{M_{\text{порш.}}g}{S}\right) \cdot \frac{T_1}{\Delta T} \Delta h S = \frac{m}{M} RT_1$$

и выразим массу поршня

$$M = \frac{mR\Delta T}{Mg\Delta h} - \frac{p_{\text{атм.}} \cdot S}{g},$$

$$M = \frac{0{,}1 \cdot 8{,}31 \cdot 20}{0{,}032 \cdot 10 \cdot 0{,}25} - \frac{10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{10} = 207{,}75 - 40 = 167{,}75 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 167,75 кг.

31. Изобразим силы, действующие на стальной шарик 2 на рисунке 79. На него действуют сила тяжести, сила Архимеда ($F_{\text{а}}$) и кулоновская сила $F_{\text{к}}$.

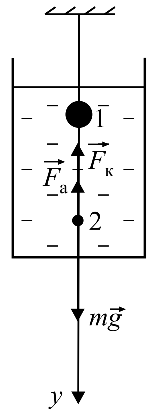


Рис. 79

Запишем II закон Ньютона в проекции на ось Oy:

$$F_{\text{а}} + F_{\text{к}} = mg,$$

$$\rho_{\text{в}} gV + k\frac{q_1q_2}{r^2} = \rho_{\text{ш}} gV,$$

где $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды, $\rho_{\text{ш}}$ — плотность стального шара.

$$gVr^2(\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{ш}}) + k \cdot q_1q_2 = 0.$$

Выразим отсюда квадрат расстояния между шариками.

$$r^2 = \frac{k \cdot q_1q_2}{gV(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{в}})},$$

$$r = \sqrt{\frac{k \cdot q_1q_2}{gV(\rho_{\text{ш}} - \rho_{\text{в}})}},$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 7 \cdot 10^{-9} \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{10 \cdot 4{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot 6800}} = 0{,}02\,(\text{м}) = 2\,(\text{см}).$$

Ответ: 2 см.

32. В первом случае увеличение $\Gamma_1 = \frac{h_1}{H}$, во втором — $\Gamma_2 = \frac{h_2}{H}$. Здесь H — высота предмета, h_1 и h_2 — высоты его изображений.

Следовательно,

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2} = \frac{f_1 d_2}{d_1 f_2}.$$

$$f_1 = \frac{h_1 d_1}{h_2 d_2} \cdot f_2.$$

По формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1},$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}.$$

Отсюда

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2},$$

$$\frac{h_2 d_2}{h_1 d_1 f_2} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}.$$

Расстояние $f_2 = \frac{d_2(h_1 d_1 - h_2 d_2)}{h_1(d_2 - d_1)}$.

Фокусное расстояние линзы

$$F = \frac{d_2 f_2}{d_2 + f_2} = \frac{h_1 d_1 - h_2 d_2}{h_1 - h_2},$$

$$F = \frac{0{,}006 \cdot 3{,}6 - 0{,}01 \cdot 2{,}2}{-0{,}004} = \frac{0{,}0216 - 0{,}022}{0{,}004} = 0{,}1\,\text{м} = 10\,(\text{см}).$$

Ответ: 10 см.

Вариант 29

27. 1. Парциальное давление пара увеличится, относительная влажность уменьшится.

2. Так как сосуд жёсткий, то объём газа не изменяется, это изохорный процесс. Тогда $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$, где p_1 и p_2 — соответственно парциальные давления пара при температурах T_1 и T_2. Так как $T_2 > T_1$, то $p_2 > p_1$, давление увеличится.

3. С ростом температуры плотность насыщенного пара $\rho_{\text{н.п.}}$ увеличивается, а плотность паров в сосуде $\rho_{\text{пара}}$ не изменяется (т.к. сосуд герметичный, то масса газов не меняется). Согласно формуле $\varphi = \frac{\rho_{\text{пара}}}{\rho_{\text{н.п.}}} \cdot 100\,\%$, относительная влажность воздуха уменьшится.

28. Для первого и второго грузов запишем II закон Ньютона в проекции на координатную ось Oy (см. рис. 80):

$$mg - T_1 = -ma_1,$$
$$Mg - T_2 = Ma_2.$$

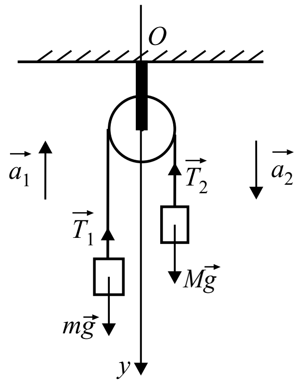


Рис. 80

Так как нить по условию нерастяжима, то $a_1 = a_2 = a$.

Так как нить лёгкая, скользит по блоку без трения, то $T_1 = T_2 = T$.

Умножим первое уравнение системы на -1 и сложим со вторым:

$$Mg - mg = Ma + ma,$$
$$M(g - a) = m(g + a),$$

$$M = \frac{m(g+a)}{g-a} = \frac{0{,}5(10+2)}{10-2} = 0{,}75\ (\text{кг}).$$

Ответ: 0,75 кг.

29. Сделаем чертёж к этой задаче (см. рис. 81).

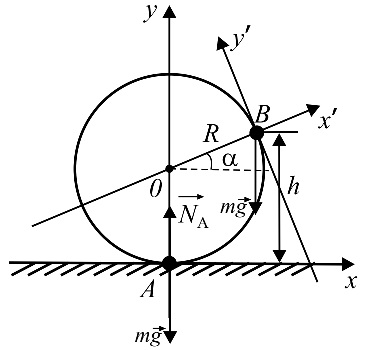


Рис. 81

В точке A по второму закону Ньютона

$$Oy\colon\ N_A - mg = ma_{1\text{ц.с.}}. \qquad (1)$$

$$ma_{1\text{ц.с.}} = \frac{v_A{}^2}{R}. \qquad (2)$$

В точке B $N = 0$ — условие отрыва.

По закону сохранения механической энергии

$$E_A = E_B.$$

$$\frac{mv_A{}^2}{2} = \frac{mv_B{}^2}{2} + mgh, \qquad (3)$$

$$v_A{}^2 = v_B{}^2 + 2gh. \qquad (3')$$

По второму закону Ньютона

$$O'y'\colon\ mg\sin\alpha = ma_{2\text{ц.с.}}, \qquad (4)$$

$$a_{2\text{ц.с.}} = \frac{v_R{}^2}{R}, \qquad (5)$$

$$\sin\alpha = \frac{h-R}{R}. \qquad (6)$$

Из уравнений (1) и (2)

$$N_A = mg + \frac{mv_A{}^2}{R}.$$

Из уравнений (4)–(6)

$$g\frac{h-R}{R} = \frac{v_B{}^2}{R}.$$

Подставим $v_B{}^2 = g(h-R)$ в (3'):

$$v_A{}^2 = 3gh - gR.$$

$$N_A = mg + \frac{m}{R}(3gh - gR) = \frac{3mgh}{R} = \frac{3 \cdot 0{,}02 \cdot 10 \cdot 0{,}5}{0{,}08} = 0{,}5\ (\text{Н}).$$

Ответ: 0,5 Н.

30.1. Работа газа за весь цикл равна, согласно первому началу термодинамики, суммарному количеству теплоты, полученной и отданной газом в цикле.

2. Газ получает теплоту на изохоре 1–2 в количестве $Q_{12} = C_V(T_2 - T_1)$ и отдаёт её на изохоре 3–4 в количестве $Q_{34} = C_V(T_4 - T_3)$, где C_V — теплоёмкость данного количества газа при постоянном давлении.

3. Работа газа за цикл, таким образом, равна

$$A = C_V(T_2 - T_1 + T_4 - T_3).$$

4. КПД равен отношению работы к полученной теплоте:

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{T_2 - T_1 + T_4 - T_3}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}.$$

5. Поскольку по условию $T_2 = nT_3$ и $T_1 = nT_4$, то

$$\eta = 1 - \frac{1}{n} \approx 0{,}33.$$

Ответ: 0,33.

31.1. При напряжении источника $U_1 = 6$ В сила тока через лампу определяется из графика: $I_1 = 1{,}4$ А.

2. Сопротивление нити накала при этом определяется законом Ома:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 6 : 1{,}4 \approx 4{,}3\ \text{Ом}.$$

3. При увеличении напряжения на лампе в 2 раза $U_2 = 12$ В, сила тока, проходящего через неё, $I_2 = 2$ А (см. вольт-амперную характеристику).

4. Сопротивление нити накала при этом напряжении

$$R_2 = \frac{U_2}{I_2} \approx 12 : 2 = 6\ \text{Ом}.$$

5. Так как сопротивление нити пропорционально температуре $R = \beta T$, то $\dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{R_2}{R_1}$, и

$$T_2 = T_1\frac{R_2}{R_1} = T_1\frac{U_2I_1}{I_2U_1} = 2200 \cdot 6 : 4{,}3 \approx 3070 \text{ К}.$$

Ответ: 3070 К.

32. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + E_{\text{к}}, \qquad (1)$$

где $E_{\text{к}}$ — максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов,

$$A_{\text{вых.}} = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

Фототок прекращается, когда

$$E_{\text{к}} = eU,$$

где U — напряжение между электродами или на конденсаторе.

Заряд конденсатора

$$q = CU.$$

Подставим в уравнение (1) выражения для $A_{\text{вых.}}$, $E_{\text{к}}$ и q и выразим из него ν, получим

$$\nu = \frac{c}{\lambda_0} + \frac{eq}{ch} \approx 0{,}98 \cdot 10^{15} \text{ Гц}.$$

Ответ: $0{,}98 \cdot 10^{15}$ Гц.

Вариант 30

27. 1. Во время грозы из-за электризации трением ледяных кристаллов в восходящих потоках воздуха в грозовых облаках возникают большие заряды и огромные разности потенциалов между облаками и землёй, вызывающие искровые пробои воздушных промежутков, то есть молнии.

2. В молнии происходит нагрев и быстрое расширение воздуха, что приводит к образованию звуковых волн, распространяющихся во все стороны от искровых каналов.

3. Свет от молнии распространяется в сотни тысяч раз быстрее звука, поэтому вначале мы видим вспышку света, а спустя некоторое время слышим звук — громовые раскаты.

4. Гром вначале доходит до нас от ближайшей части молнии, а затем — от более удалённых, поэтому после молнии и первого слышимого удара грома довольно долго слышны его раскаты.

28. Для бруска и груза запишем II закон Ньютона в проекциях на координатные оси (см. рис. 82):

$$Oy:\ \ N - Mg\cos\alpha = 0,$$
$$Ox:\ \ T_1 - Mg\sin\alpha = Ma_1,$$
$$O'y':\ \ -T_2 + mg = ma_2.$$

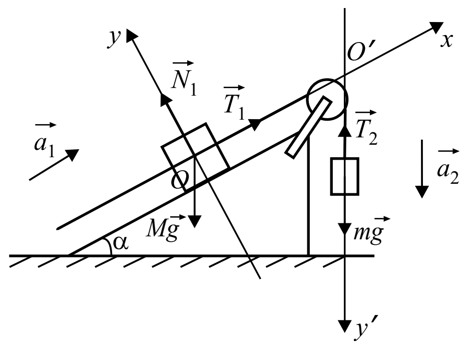


Рис. 82

Так как нить по условию нерастяжима, то $a_1 = a_2 = a$.

Так как нить лёгкая, скользит по блоку без трения, то $T_1 = T_2 = T$.

Сложим второе уравнение с третьим:

$$mg - Mg\sin\alpha = (m + M)a,$$

$$a = \frac{g(m - M\sin\alpha)}{m+M} = \frac{10(0{,}7 - 0{,}3\cdot 0!5)}{0{,}7+0{,}3} = 5{,}5\,(\text{м/с}^2)$$

Ответ: 5,5 м/с^2.

29. Сделаем чертёж к этой задаче (см. рис. 83).

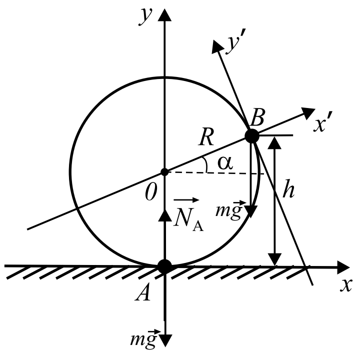


Рис. 83

В точке A по второму закону Ньютона

$$Oy\colon\ N_A - mg = ma_{1\text{ц.с.}}, \qquad (1)$$

$$a_{1\text{ц.с.}} = \frac{{v_A}^2}{R}. \qquad (2)$$

В точке B $N = 0$ — условие отрыва.

По закону сохранения механической энергии $E_A = E_B$.

$$\frac{m{v_A}^2}{2} = \frac{m{v_B}^2}{2} + mgh, \qquad (3)$$

$${v_A}^2 = {v_B}^2 + 2gh. \qquad (3')$$

По второму закону Ньютона

$$O'y'\colon\ mg\sin\alpha = ma_{2\text{ц.с.}}, \qquad (4)$$

$$a_{2\text{ц.с.}} = \frac{{v_B}^2}{R}, \qquad (5)$$

$$\sin\alpha = \frac{h-R}{R}. \qquad (6)$$

Из уравнений (1) и (2)

$$N_A = mg + \frac{m{v_A}^2}{R}.$$

Из уравнений (4)–(6)

$$g\frac{h-R}{R} = \frac{{v_B}^2}{R}.$$

Подставим ${v_B}^2 = g(h-R)$ в (3'):

$${v_A}^2 = 3gh - gR = g(3h-R).$$

$$v_A = \sqrt{g(3h-R)} = \sqrt{10(3\cdot 0{,}18 - 0{,}15)} \approx 2\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 2 м/с.

30.1. Работа газа за весь цикл равна, согласно первому началу термодинамики, суммарному количеству теплоты, полученной и отданной газом в цикле.

2. Газ получает теплоту на изохоре 1–2 в количестве $Q_{12} = C_V(T_2 - T_1)$ и отдаёт её на изохоре 3–4 в количестве $Q_{34} = C_V(T_4 - T_3)$, где C_V — теплоёмкость данного количества газа при постоянном давлении.

3. Работа газа за цикл, таким образом, равна

$$A = C_V(T_2 - T_1 + T_4 - T_3).$$

4. КПД равен отношению работы к полученной теплоте:

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{T_2 - T_1 + T_4 - T_3}{T_2 - T_1} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1}.$$

5. Поскольку по условию $T_2 = nT_3$ и $T_1 = nT_4$, то $\eta = 1 - \frac{1}{n}$. Отсюда

$$n = \frac{1}{1-\eta} = 1{,}6.$$

Ответ: 1,6.

31. Пусть по рамке течёт ток I. На стороны AE и CD будут действовать силы Ампера

$$F_{A1} = F_{A2} = IaB.$$

Момент силы Ампера относительно оси, проходящей через сторону CD,

$$M_A = Ia^2B.$$

Момент силы тяжести относительно оси CD

$$M_{mg} = -\frac{1}{2}mga.$$

Условие отрыва: $M_A + M_{mg} > 0$, $Ia^2B > \frac{mga}{2}$, тогда

$$B > \frac{mg}{2aI}.$$

Ответ: $\frac{mg}{2aI}$.

32. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + \frac{mv_{\max}^2}{2}. \qquad (1)$$

Фотоэлектроны, влетевшие в электрическое поле $\vec{E}$, начнут тормозиться им, пройдя тормозной путь d, остановятся и начнут двигаться обратно.

По закону сохранения энергии

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} - e\varphi_1 = -e\varphi_2.$$

Отсюда

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_2) = eU = eEd,$$

где e — модуль заряда электрона.

Подставим в уравнение (1) выражение для максимальной кинетической энергии из (2) и выразим из него d:

$$d = \frac{h\nu - A_{\text{вых.}}}{eE} \approx 2{,}6\,(\text{мм}).$$

Ответ: 2,6 мм.

Вариант 31

27. 1) Давление газа на участке 1—2 увеличивалось, на участке 2—3 не изменялось, на участке 3—4 увеличивалось.

2) На участке 1—2 процесс изотермический. По закону Бойля — Мариотта ($pV = const$) при уменьшении объёма давление увеличивается. На участке 2—3 процесс изобарный; значит, давление остаётся неизменным. На участке 3—4 процесс изохорный. По закону Шарля ($\frac{p}{T} = const$) при увеличении температуры давление увеличивается.

28. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 84).

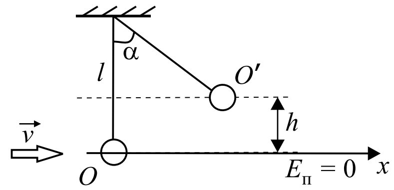


Рис. 84

По условию задачи $\alpha = 60°$

$$\cos\alpha = \frac{l-h}{l} = \frac{1}{2}.$$

$$l - h = \frac{l}{2}.$$

$$h = \frac{l}{2}. \qquad (1)$$

Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось Ox:

$$mv = (M+m)u, \qquad (2)$$

где m — масса пули, v — скорость пули перед попаданием в шар, M — масса шара, u — скорость пули и шара после абсолютно неупругого столкновения.

Запишем закон сохранения энергии:

$$E_0 = E_0{}'.$$

$$\frac{(M+m)u^2}{2} = (M+m)gh. \qquad (3)$$

Из (1) и (3) получаем $u = \sqrt{gl}$, подставляем в (2):

$$mv = (M+m)\sqrt{gl},$$

$$v = \frac{(M+m)\sqrt{gl}}{m} = \frac{(0{,}3+0{,}7)\sqrt{10\cdot 0{,}9}}{0{,}3} = 10\,(\text{м/с}).$$

Ответ: 10 м/с.

29. Так как по условию шарик в последнюю секунду пролетел 0,75 своего пути, то

$$S(n) - S(n-1) = 0{,}75S(n),$$

где $S(n)$ — путь, который пролетел шарик за n секунд, $S(n-1)$ — путь, который пролетел шарик за $(n-1)$ секунд.

$$0{,}25S(n) = S(n-1).$$

Так как $S(n) = \frac{gn^2}{2}$, $S(n-1) = \frac{g(n-1)^2}{2}$, то

$$\frac{0{,}25gn^2}{2} = \frac{g(n-1)^2}{2},$$
$$0{,}25n^2 = n^2 - 2n + 1,$$
$$0{,}75n^2 - 2n + 1 = 0.$$
$$3n^2 - 8n + 4 = 0,$$

$n_{1,2} = \frac{4\pm 2}{3}$, $n_1 = 2$ (с), $n_2 = \frac{2}{3}$ (с) — не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: 2 с.

30. При изобарном расширении на участке 1–2 газ получает от нагревателя количество теплоты Q_{12}, а на участке 3–4 отдаёт холодильнику в изохорном процессе количество теплоты Q_{34}. На других участках теплообмен отсутствует. Согласно первому началу термодинамики работа газа за цикл A равна разности количества теплоты, полученного от нагревателя, и количества теплоты, отданного холодильнику: $A = Q_{12} - Q_{34}$.

По определению КПД теплового двигателя $\eta = \frac{A}{Q_{12}} = 1 - \frac{Q_{34}}{Q_{12}}$, тогда теплота, полученная от нагревателя: $Q_{12} = \frac{Q_{34}}{1-\eta}$.

Количество теплоты Q_{34}, отданное при изохорном охлаждении на участке 3–4, равно $Q_{34} = |\Delta U_{34}|$. Внутренняя энергия идеального газа пропорциональна абсолютной температуре, и для 1 моль одноатомного газа $U = \frac{3}{2}RT$, модуль её изменения на участке 3–4

$$|\Delta U_{34}| = \frac{3}{2}R(T_3 - T_4) = \frac{3}{2}R(t_3 - t_4).$$

В итоге получим

$$Q_{12} = \frac{Q_{34}}{1-\eta} = \frac{3}{2}\frac{R(t_{max} - t_{min})}{1-\eta}.$$

Подставляя значения физических величин, получим: $Q_{12} \approx 7479$ Дж.

Ответ: 7479 Дж.

31. По условию задачи составим и решим уравнение:

$$\frac{1}{1{,}5C} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+C}.$$

Преобразуем, приведя обе части уравнения к общему знаменателю.

$$x(x+C) = 1{,}5C(x+C) + 1{,}5xC,$$
$$x^2 + xC = 1{,}5xC + 1{,}5C^2 + 1{,}5xC,$$
$$x^2 - 2xC - 1{,}5C^2 = 0,$$
$$x_{1,2} = C \pm \sqrt{c^2 + 1{,}5C^2} = C \pm \sqrt{C}2{,}5 = C(1 \pm \sqrt{2{,}5}).$$

$x_1 = C(1 - \sqrt{2{,}5})$ — не удовлетворяет условию задачи,

$$x_2 = C(1+\sqrt{2{,}5}) \approx 2{,}58C = 25{,}8\ \text{пФ}.$$

Ответ: 25,8 пФ.

32. Модуль силы, действующей на электрон со стороны электрического поля $\vec{E}$, не зависит от скорости:

$$|F_{\text{э}}| = |e|\cdot E. \qquad (1)$$

По определению модуль силы Лоренца прямо пропорционален скорости электрона:

$$|F_{\text{л}}| = |e|\cdot vB. \qquad (2)$$

Для того, чтобы электроны отклонялись в сторону, противоположную оси Oy, должно выполняться неравенство

$$F_{\text{э}} > F_{\text{л}} \quad \text{или} \quad E > vB. \qquad (3)$$

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта определяет максимальную скорость фотоэлектрона:

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + \frac{mv^2}{2}. \qquad (4)$$

Из (4) с учетом (1)–(3) получаем

$$\nu < \frac{1}{h}\left(\frac{mE^2}{2B^2} + A_{\text{вых.}}\right) \approx 5{,}1\cdot 10^{14}\ \text{Гц}.$$

Ответ: $\nu < 5{,}1\cdot 10^{14}$ Гц.

Вариант 32

27. На протон действуют магнитное поле силой $F_\text{м} = qvB$ и электрическое поле силой $F_\text{e} = qE$. Поскольку заряд протона положительный, F_e сонаправлена с E, а по правилу левой руки сила $F_\text{м}$ направлена противоположно силе F_e. Т. к. сначала протон двигался прямолинейно, то, согласно второму закону Ньютона, по модулю эти силы были равны.

Сила действия электрического поля не зависит от скорости протона, а сила действия магнитного поля с увеличением его скорости возрастает. Т. к. приращение $F_\text{м}$, а также вызываемое им ускорение направлены влево, то траектория протона будет криволинейной, отклоняющейся от прямолинейной влево.

28. Сделаем поясняющий чертёж (см. рис. 85).

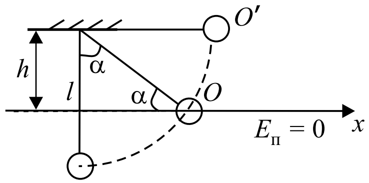


Рис. 85

Так как по условию $\alpha = 30°$, то $\sin\alpha = \dfrac{h}{l} = \dfrac{1}{2}$,

$$h = \frac{l}{2}. \qquad (1)$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$E_{O'} = E_O.$$

$$mgh = \frac{mv^2}{2}, \qquad (2)$$

где m — масса шара, v — скорость шара в точке O.

Из (1) и (2)

$$v^2 = 2gh = gl.$$

По определению $a_\text{ц.с.} = \dfrac{v^2}{l}$.

Подставив в данное уравнение выражение для v^2, получим

$$a_\text{ц.с.} = \frac{gl}{l} = g = 10\,(\text{м/с}^2).$$

Ответ: 10 м/с^2.

29. По условию задачи $H = S(t) = \dfrac{gt^2}{2}$, значит,

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}. \qquad (1)$$

Так как в последнюю секунду шарик пролетел путь, в n раз больший, чем в предыдущую, то

$$\frac{S_t}{S_{t-1}} = \frac{S(t) - S(t-1)}{S(t-1) - S(t-2)} = \frac{\dfrac{gt^2}{2} - \dfrac{g(t-1)^2}{2}}{\dfrac{g(t-1)^2}{2} - \dfrac{g(t-2)^2}{2}} = \frac{2t-1}{2t-3} = n. \qquad (2)$$

Из (1) в (2) подставим значение (t), получим

$$\frac{2\sqrt{\dfrac{2H}{g}} - 1}{2\sqrt{\dfrac{2H}{g}} - 3} = \frac{2\cdot 3{,}5 - 1}{2\cdot 3{,}5 - 3} = \frac{6}{4} = 1{,}5.$$

Ответ: 1,5.

30. Из анализа графика следует, что работа газа при переходе из состояния 1 в состояние 2

$$A_{12} = 2p_0 \cdot 2V_0 = 4p_0V_0.$$

Количество теплоты, полученное газом за цикл от нагревателя, согласно первому началу термодинамики,

$$Q_\text{нагр.} = Q_{31} + Q_{12} = (U_2 - U_3) + A_{12} = \frac{3}{2}(\nu RT_2 - \nu RT_3) + 4p_0V_0 =$$

$$= \frac{3}{2}(2p_0\cdot 3V_0 - p_0V_0) + 4p_0V_0 = \frac{23}{2}p_0V_0 = \frac{23}{8}A_{12} \approx 11{,}5\ \text{кДж}.$$

Ответ: 11,5 кДж.

31. Воспользуемся формулами для вычисления напряжености E электрического поля конденсатора, используя напряжение U между пластинами конденсатора и закон Ома для полной цепи:

$$E = \frac{U}{d}, \qquad (1)$$

где d — расстояние между пластинами конденсатора.

$$U = IR_2. \qquad (2)$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_2}. \qquad (3)$$

Выразим d из (1) и подставим в полученное выражение для U и I ((2) и (3)):

$$d = \frac{U}{E} = \frac{\mathcal{E}R_2}{E(r+R_2)} = \frac{24 \cdot 35}{30 \cdot 10^3 \cdot (5+35)} \approx 0{,}7 \cdot 10^{-3}\,(\text{м}).$$

Ответ: $0{,}7 \cdot 10^{-3}$ м.

32. 1. По определению сила тока $I = \frac{q}{t}$, где q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t.

2. Когда ток в цепи достигает насыщения, тогда за время t через поперечное сечение проводника проходит заряд $q = N_e et$, где e — модуль заряда электрона, N_e — количество фотоэлектронов, выбитых из катода за 1 с.

Т. к. $N_e = \frac{1}{30}N_ф$, где $N_ф$ — количество фотонов, падающих на катод за 1 с, то $I_{max} = -\frac{1}{30}N_ф e$.

3. Т. к. энергия фотона $E_ф = h\nu$, то мощность света $P = \frac{W}{t} = N_ф h\nu$.

4. Окончательно получим: $P = N_ф h\nu = \frac{30 I_{max} h\nu}{e}$. Согласно приведённому графику сила тока насыщения $I_{max} = 2$ мА, тогда $P \approx 0{,}15$ Вт.

Ответ: 0,15 Вт.

Вариант 33

27. Человек может подтягиваться вверх по верёвке, если будет отталкиваться от неё с некоторой силой, равной дополнительной силе натяжения верёвки. Эта же сила будет приложена и ко второму человеку (согласно III закону Ньютона). Значит, и первый, и второй — будут подниматься с одинаковой скоростью, т. е. относительно первого человека положение второго останется неизменным.

28. Согласно II закону Ньютона искомая сила

$$F = ma,$$

где m — масса тела, a — его ускорение.

Ускорение определяется второй производной от уравнения движения по времени, т. е.

$$a = x'' = -5 \cdot 10^{-2} \cdot \pi^2 \cdot \sin \pi t.$$

Значит, $F = -5 \cdot 10^{-2} \cdot m\pi^2 \sin \pi t$.

Тогда

$$F = -5 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 3{,}14^2 \sin \pi \cdot \frac{1}{6} = -0{,}49\,(\text{Н}).$$

Ответ: $-0{,}49$ Н.

29. Согласно закону сохранения энергии потенциальная энергия шарика $W_1 = mgh_1$, находящегося на высоте h_1, равна его потенциальной энергии на высоте h_2 плюс работе сил сопротивлению движения на участках l, l_1, l_2, т. е.

$$mgh_1 = mgh_2 + F_1 l_1 + Fl + F_2 l_2, \qquad (1)$$

$$F_1 l_1 = kmg \cos\alpha \cdot l_1 = kmg\cos\alpha \cdot \frac{h_1}{\sin\alpha} = kmgh_1 \cdot \operatorname{ctg}\alpha,$$

где k — коэффициент трения.

$$Fl = kmgl,$$

$$F_2 l_2 = kmg\cos\alpha \cdot l_2 = kmgh_2 \cdot \operatorname{ctg}\alpha.$$

Тогда уравнение (1) получает вид:

$$mgh_1 = mgh_2 + kmgh_1 \cdot \operatorname{ctg}\alpha + kmgl + kmgh_2 \cdot \operatorname{ctg}\alpha.$$

Отсюда

$$h_2 = \frac{mg(h_1 - kh_1 \operatorname{ctg}\alpha - kl)}{mg(1 + k\operatorname{ctg}\alpha)} = \frac{h_1 - kh_1\operatorname{ctg}\alpha - kl}{1 + k\operatorname{ctg}\alpha}. \qquad (6)$$

Значит,

$$h_2 = \frac{1 - 0{,}05 \cdot 1 \operatorname{ctg} 45^\circ - 0{,}05 \cdot 2}{1 + 0{,}05 \operatorname{ctg} 45^\circ} = 0{,}81\,(\text{м}).$$

Ответ: 0,81 м.

30. КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно:

$$\eta = \frac{T_{\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{\text{н}}}.$$

Тогда

$$\eta_1 = \frac{T_{1\text{н}} - T_{1\text{х}}}{T_{1\text{н}}}; \eta_1 = \frac{473 - 288}{473} = 0{,}39.$$

Для того, чтобы увеличить КПД цикла в два раза, нужно температуру $T_{2\text{н}}$ нагревателя увеличить, тогда

$$\eta_2 = \frac{T_{2\text{н}} - T_{\text{х}}}{T_{2\text{н}}}.$$

Отсюда

$$T_{2\text{н}} = \frac{T_{\text{х}}}{1 - \eta_2} = \frac{T_{\text{х}}}{1 - 2\eta_1}.$$

Значит, искомое изменение температуры нагревателя

$$\Delta T = \frac{T_{\text{х}}}{1 - 2\eta_1} - T_{1\text{н}}.$$

Значит,

$$\Delta T = \frac{288}{1 - 2 \cdot 0{,}39} - 476 = 836\,(\text{К}).$$

Ответ: 836 К.

31. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов U, получает кинетическую энергию $W_{\text{к}}$, равную работе сил электрического поля, т. е.

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \qquad (1)$$

где e — заряд электрона, m — его масса.

Так как электрическое поле однородное, то к электрону приложена постоянная сила

$$F = Ee, \qquad (2)$$

где E — напряженность электрического поля.

Тогда работа этой силы на расстоянии r (до остановки электрона)

$$A = F \cdot r = Ee \cdot r. \qquad (3)$$

Согласно уравнениям (1) и (3)

$$eU = Eer.$$

Отсюда $r = \dfrac{U}{E}$, и тогда

$$r = \frac{100}{2 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-2}\,(\text{м}).$$

Ответ: 5 см.

32. Согласно релятивистской теории масса покоя частицы m_0 связана с её массой m соотношением:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где v — скорость частицы, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме.

Отсюда

$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2}.$$

Значит,

$$v = 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{3m_0}\right)^2} = 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = 2{,}83 \cdot 10^8\,(\text{м/с}).$$

Ответ: $2{,}83 \cdot 10^8$ м/с.

Вариант 34

27. Может, двигаясь зигзагом, под некоторым углом к направлению ветра (см. рис. 86).

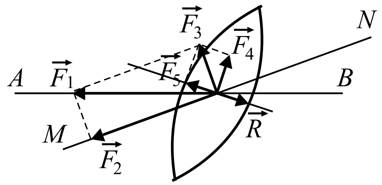


Рис. 86

Здесь BA — направление ветра, NM — положение паруса.

Разложим силу ветра $\vec{F}_1$ на составляющие: $\vec{F}_2$, $\vec{F}_4$, $\vec{F}_5$. Составляющая $\vec{F}_2$ направлена вдоль паруса и уравновешивается реакцией мачты яхты. Составляющая $\vec{F}_5$ уравновешивается реакцией $\vec{R}$ киля яхты ($\vec{F}_5$ — перпендикулярна килю). Остаётся сила $\vec{F}_4$, направленная вдоль продольной оси яхты и являющаяся движущей силой. Изменяя направление зигзагообразного движения и положение паруса относительно направления ветра, можно достигнуть заданной точки.

28. Согласно второму закону Ньютона искомая сила определится как
$$F = ma,$$
где m — масса автомобиля, a — модуль его ускорения.

При равнозамедленном движении скорость изменяется по закону
$$v_t = v_0 - at.$$

Согласно условию $v_t = 0$. Значит, $a = \dfrac{v_0}{t}$. Тогда
$$F = m\frac{v_0}{t}.$$

Значит, искомая сила
$$F = 1200 \cdot \frac{5}{30} = 200\,(\text{Н}).$$

Ответ: 200 Н.

29. При заданном движении камня его высота над поверхностью Земли изменяется по закону
$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Отсюда можно записать
$$\frac{gt^2}{2} - v_0 t + h = 0.$$

Тогда для заданной высоты h
$$\frac{10}{2}t^2 - 20t + 10 = 0$$
или
$$t^2 - 4t + 2 = 0.$$
$$t_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2^2 - 2} = 2 \pm \sqrt{2}.$$
$$t_1 = 2 - \sqrt{2}, \quad t_2 = 2 + \sqrt{2}.$$

Тогда искомая разность времён
$$\Delta t = t_2 - t_1 = 2 + \sqrt{2} - (2 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} \approx 2{,}8\,(\text{с}).$$

Ответ: 2,8 с.

30. Кинетическая энергия молота массой m_2, падающего на болванку, равна его потенциальной энергии на высоте h, т. е.
$$W_\text{к} = m_2 gh.$$

Согласно условию на нагревание болванки уйдёт половина этой энергии, т. е.
$$cm_1\Delta T = 0{,}5 m_2 gh,$$
где c — удельная теплоёмкость болванки (для железа $c = 460$ Дж/кг·К), Δt — величина изменения температуры болванки.

Отсюда
$$\Delta T = \frac{0{,}5 \cdot 350 \cdot 10 \cdot 2}{460 \cdot 2} = 3{,}8\,(\text{К}) = 3{,}8\,^\circ\text{C}.$$

Ответ: 3,8 °C.

31. Учитывая величины и знаки зарядов q_1 и q_2, для выполнения условия равновесия заряда q_3 последний заряд должен быть положительным и располагаться так, как показано на рисунке 87.

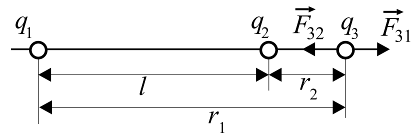


Рис. 87

$$|\vec{F}_{31}| = |\vec{F}_{32}| \text{ или } F_{31} = F_{32}. \qquad (1)$$

Согласно закону Кулона силы, приложенные к третьему заряду со стороны первого ($\vec{F}_{31}$) и со стороны второго) ($\vec{F}_{32}$)

$$F_{31} = k\frac{q_1q_3}{r_1^2} = k\frac{q_1q_3}{(l+r_2)^2}, \qquad (2)$$

$$F_{32} = k\frac{q_2q_3}{(r_2)^2}. \qquad (3)$$

Согласно уравнениям (1)–(3)

$$k\frac{q_1q_2}{(l+r_2)^2} = k\frac{q_2q_3}{(r_2)^2}.$$

Отсюда $q_1r_2^2 = q_2(l+r_2)^2$,

$$q_1r_2^2 = q_2l^2 + 2q_2lr_2 + r_2^2q_2,$$

$$(q_1 - q_2)r_2^2 - 2q_2lr_2 - q_2l^2 = 0.$$

Подставляя значения, получим

$$(9q - q)r_2^2 - 2q\cdot 0{,}5r_2 - q\cdot 0{,}5^2 = 0,$$

$$8r_2^2 - r_2 - 0{,}25 = 0,$$

$$r_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\cdot 8\cdot 0{,}25}}{16} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{16} = \frac{1\pm 3}{16}.$$

$$r_{2(1)} = \frac{1+3}{16} = \frac{4}{16} = 0{,}25,$$

$$r_{2(2)} = \frac{1-3}{16} = -\frac{2}{16} = -0{,}125 \text{ — отпадает.}$$

Значит, $r = r_{2(1)} = 0{,}25$ (м).

Ответ: 0,25 м.

32. Согласно уравнению Эйнштейна для фотоэффекта

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых.}} + T_{max}.$$

Здесь $\frac{hc}{\lambda}$ — энергия падающего на пластинку фотона, h — постоянная Планка ($h = 6{,}6\cdot 10^{-34}$ Дж · с), c — скорость света в вакууме ($3\cdot 10^8$ м/с), λ — длина волны фотона, $A_{\text{вых.}}$ — работа выхода электрона из металла, T_{max} — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

При прекращении фотоэффекта выполняется равенство

$$T_{max} = e\cdot U_з,$$

где e — заряд электрона (по модулю), $U_з$ — задерживающая разность потенциалов.

Тогда

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых.}} + e\cdot U_з.$$

Отсюда

$$A_{\text{вых.}} = \frac{hc}{\lambda} - e\cdot U_з.$$

Подставляя значения, получим

$$A_{\text{вых.}} = \frac{6{,}6\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{0{,}4\cdot 10^{-6}} - 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 1{,}2 = 3{,}03\cdot 10^{-19}\text{ (Дж)} = 1{,}9\text{ (эВ)}.$$

Ответ: 1,9 эВ.

Вариант 35

27. Раздвигая пластины плоского конденсатора, совершаем работу против сил притяжения пластин (пластины конденсатора заряжены противоположными по знаку зарядами). Следовательно, согласно закону сохранения энергии, энергия данного конденсатора увеличивается на величину работы, затраченной на раздвижение пластин.

28. Период колебаний математического маятника при равноускоренном поднимании

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}.$$

При равноускоренном опускании

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}.$$

Здесь l — длина маятника, a — ускорение движения (поднятия или опускания).

Тогда искомое изменения периода колебаний маятника

$$\Delta T = T_2 - T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} - 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} = 2\pi\left(\sqrt{\frac{l}{g-a}} - \sqrt{\frac{l}{g+a}}\right).$$

Тогда

$$\Delta T = 2\cdot 3{,}14\left(\sqrt{\frac{1}{10-2}} - \sqrt{\frac{1}{10+2}}\right) = 0{,}4\,(\text{с}).$$

Ответ: 0,4 с.

29. Расставим силы, действующие на тело (см. рис. 88).

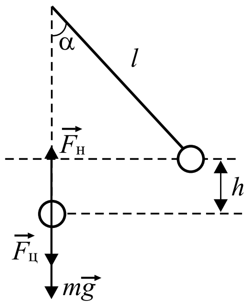


Рис. 88

Согласно закону сохранения импульса после падения малого шарика на больший оба шарика получат начальную скорость u, которую определим из равенства

$$m_2 v = (m_1 + m_2)u. \qquad (1)$$

Отсюда

$$u = \frac{m_2 v}{m_1 + m_2}, \qquad (2)$$

где m_1 и m_2 — соответственно массы большего и меньшего шаров, v — скорость меньшего шара.

Тогда полная механическая энергия шаров в момент начала колебаний

$$W = (m_1+m_2)gh + \frac{(m_1+m_2)u^2}{2} =$$

$$= (m_1+m_2)gl(1-\cos\alpha) + \frac{m_1+m_2}{2}\cdot\frac{m_2^2 v^2}{(m_1+m_2)^2} =$$

$$= (m_1+m_2)gl(1-\cos\alpha) + \frac{m_2^2 v^2}{2(m_1+m_2)}. \qquad (3)$$

В нижней точке траектории шаров их кинетическая энергия

$$W_к = \frac{(m_1+m_2)v_1^2}{2} = \frac{(m_1+m_2)v_1^2}{l}\cdot\frac{l}{2}, \qquad (4)$$

где v_1 — скорость шаров.

Учитывая, что $\dfrac{(m_1+m_2)v_1^2}{l} = F_ц$, из уравнений (3) и (4) получаем

$$F_ц = \frac{2(m_1+m_2)gl(1-\cos\alpha)}{l} + \frac{m_2^2 v^2}{2(m_1+m_2)}\cdot\frac{2}{l} =$$

$$= 2(m_1+m_2)g(1-\cos\alpha) + \frac{m_2^2 v^2}{l(m_1+m_2)}.$$

Значит, сила натяжения нити в момент прохождения шарами положения равновесия

$$F_н = F_ц + P = 2(m_1+m_2)g(1-\cos\alpha) + \frac{m_2^2 v^2}{l(m_1+m_2)} + (m_1+m_2)g,$$

где $F_ц$ — центробежная сила (сила инерции).

Подставляя значения, получим

$$F_н = 2\cdot(0{,}25+0{,}05)\cdot 10\cdot(1-\cos 60^\circ) + \frac{0{,}05^2\cdot 2^2}{1\cdot(0{,}25+0{,}05)} +$$

$$+ (0{,}25+0{,}05)\cdot 10 = 6{,}03\,(\text{Н}).$$

Ответ: 6,03 Н.

30. Согласно I закону термодинамики

$$Q = \Delta U + A, \qquad (1)$$

т.е. количество теплоты, сообщённое системе, идёт на изменение её внутренней энергии (ΔU) плюс работу расширения:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T \text{ — для одноатомных газов.} \qquad (2)$$

Здесь m — масса газа, M — его молярная масса, R — молярная газовая постоянная, ΔT — изменение температуры газа.

Согласно уравнению Менделеева — Клапейрона.

$$pV = \frac{m}{M}RT.$$

При изобарическом процессе

$$p\Delta V = \frac{m}{M}R\Delta T.$$

Отсюда

$$\frac{3}{2}p\Delta V = \frac{3}{2}\frac{m}{M}R\Delta T. \qquad (3)$$

Работа расширения при изобарическом процессе

$$A = p\Delta V. \qquad (4)$$

Тогда согласно уравнениям (1), (2), (3) и (4)

$$Q = \frac{3}{2}A + A = \frac{5}{2}A.$$

Подставляя значения, получаем

$$Q = \frac{5}{2} \cdot 100 = 250 \text{ (кДж)}.$$

Ответ: 250 кДж.

31. ЭДС индукции, возникающая в кольце,

$$\mathcal{E} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ — скорость изменения магнитного потока, проходящего сквозь площадь S, ограниченную контуром кольца.

$$\Phi = BS$$

(при направлении магнитного поля перпендикулярно плоскости кольца), где B — индукция магнитного поля.

Тогда

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = B_2S - B_1S = S(B_2 - B_1).$$

Значит, $\mathcal{E} = -\frac{S(B_2 - B_1)}{\Delta t}$.

Заряд q_1, прошедший по кольцу,

$$q = I \cdot \Delta t = \frac{\mathcal{E}}{R} \cdot \Delta t = -\frac{S(B_2 - B_1)}{R\Delta t} \cdot \Delta t = \frac{S(B_1 - B_2)}{R}.$$

Учитывая, что $B_2 = 0$ (кольцо выдернуто из магнитного поля), получаем

$$q = \frac{SB}{R}.$$

Тогда $B = B_1 = \frac{qR}{S}$, значит,

$$B = \frac{0{,}4 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 0{,}4 \text{ (Тл)}.$$

Ответ: 0,4 Тл.

32. Согласно формуле Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых.}} + T_{max}.$$

Здесь $h\nu$ — энергия фотона, h — постоянная Планка ($h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Дж · с), c — скорость света в вакууме ($3 \cdot 10^8$ м/с), ν — частота света, $A_{\text{вых.}}$ — работа выхода электрона из металла, T_{max} — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Для красной границы ($\lambda_{\text{к.}}$) фотоэффекта

$$\frac{hc}{\lambda_{\text{к.}}} = A_{\text{вых.}}.$$

При прекращении фотоэффекта выполняется равенство

$$T_{max} = e \cdot U_з,$$

где e — заряд электрона (по модулю), $U_з$ — задерживающая разность потенциалов.

Тогда

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_{\text{к}}} + e \cdot U_з.$$

Отсюда искомая частота

$$\nu = \frac{c}{\lambda_{\text{к}}} + \frac{e \cdot U_з}{h}.$$

Подставляя значения, получим

$$A_{\text{вых.}} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^{-7}} + \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2}{6{,}6 \cdot 10^{-34}} = 1{,}48 \cdot 10^{15} \text{ (Гц)}.$$

Ответ: $1{,}48 \cdot 10^{15}$ Гц.